

**עבודת קיץ במתמטיקה**

**למסיימי כיתה ט'**

**המיועדים ל-4 יח"ל**

1. פתור מערכת משוואות :

$$\left. \begin{array}{l} (x+3)^2 + (y-1)^2 = 34 \\ \underline{x^2 + y^2 = 20} \end{array} \right\} \text{א.}$$

$$\left. \begin{array}{l} (x+1)^2 + y^2 = 20 \\ \underline{y = x^2 + 2x + 1} \end{array} \right\} \text{ב.}$$

תשובות:

א.  $(-0.8, -4.4)$  ,  $(2, 4)$  , ב.  $(1, 4)$  ,  $(-3, 4)$

2. פתור משוואות.

$$\frac{1}{x^2 + 4x + 4} - \frac{6}{x-2} = \frac{x+10}{4-x^2} \quad \text{א.}$$

$$\frac{1}{4x^2 - 4x + 1} + \frac{9}{4x^2 + 4x + 1} = \frac{6}{4x^2 - 1} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{9}{4x+8} - \frac{x}{2x^2 - 8x + 8} + \frac{3}{4x^2 - 16} = 0 \quad \text{ג.}$$

$$\frac{x-2}{2x+2} - \frac{1}{3x^2 - 6x - 9} - \frac{x-30}{18-6x} = 3 \quad \text{ד.}$$

$$\frac{2x^2}{x^2 - 4} - \frac{8x^2 + 3}{x^4 - 4x^2} = 3 \quad \text{ה.}$$

$$\frac{5x^2 + 7}{x^4 - 9} - \frac{3}{x^4 - 3x^2} = 0 \quad \text{ו.}$$

תשובות:

א.  $x_1 = -1$  ,  $x_2 = -1.2$  , ב.  $x_{1,2} = 1$  , ג.  $x_1 = 1$

ד.  $x_1 = -2$  ,  $x_2 = \frac{10}{7}$  , ה.  $\pm 1, \pm \sqrt{3}$  , ו.  $\pm 1$

ב. בתרגילים הבאים, פשט וצמצם את הביטוי תוך שימוש בחוקי החזקות  
הצג את תשובתך באמצעות מעריכי חזקה חיוביים בלבד:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a^2}{b}\right) \cdot \left(\frac{b}{a^2}\right) \cdot 5 \quad \frac{(a^3b)^2 \cdot (a^4b)^3}{(ab^2)^3 \cdot (a^2b^2)^2} \cdot 4 \quad \frac{a^2 \cdot (ab^3) \cdot c^2}{b^3 \cdot (ac)^2} \cdot 3 \quad \frac{a^3b \cdot (a^2b^2)}{b^2a^3 \cdot (ab)^2} \cdot 2 \quad \frac{ab^2 \cdot (ab)}{a^2b} \cdot 1 \\ & \left(\frac{a}{c}\right)^3 \cdot ab^2 \cdot \left(\frac{b}{c}\right) \cdot 10 \quad \left(\frac{a^2}{b^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{b^2}{a}\right)^3 \cdot 9 \quad \left(\frac{ab^2}{c}\right) \cdot \left(\frac{ac}{b}\right)^2 \cdot 8 \quad \left(\frac{a}{2b}\right)^2 \cdot \left(\frac{2b}{a}\right)^2 \cdot 7 \quad \left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{a^2}\right)^2 \cdot 6 \end{aligned}$$

$$\frac{a^4b^3}{c^4} \cdot 10 \quad .a \cdot 9 \quad .a^3c \cdot 8 \quad .1 \cdot 7 \quad \frac{1}{ab} \cdot 6 \quad .1 \cdot 5 \quad \frac{a^{11}}{b^5} \cdot 4 \quad .a \cdot 3 \quad \frac{1}{b} \cdot 2 \quad .b^2 \cdot 1$$

חוקי שורשים  
4.

פשט את הביטויים הבאים:

$$\begin{aligned} \sqrt{k^2} : \sqrt{b^4} \cdot \sqrt{k^2b^4} &= \boxed{\phantom{000}} \cdot 3 & \sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} \cdot \sqrt{b} &= \boxed{\phantom{000}} \cdot 2 & \sqrt{a^2b} \cdot \sqrt{a^4b^3} &= \boxed{\phantom{000}} \cdot 1 \\ \sqrt{\frac{(ab^2)^3}{a \cdot (ab)^2}} &= \boxed{\phantom{000}} \cdot 6 & \frac{\sqrt{a^5b^7}}{\sqrt{a^3b}} &= \boxed{\phantom{000}} \cdot 5 & \frac{\sqrt{mn^2}}{\sqrt{m^2n}} &= \sqrt{\boxed{\phantom{000}}} \cdot 4 \end{aligned}$$

תשובות

$$.b^2 \cdot 6 \quad .ab^3 \cdot 5 \quad \frac{n}{m} \cdot 4 \quad .k^2 \cdot 3 \quad .ab \cdot 2 \quad .a^3b^2 \cdot 1$$

נוסחאות הכפל  
5.

ב. פרק את הביטויים הבאים לגורמים בעזרת נוסחאות הכפל המקוצר:

$$\begin{aligned} 8b^2 - 32 & \cdot 4 & 20x^2 - 20x + 5 & \cdot 3 & 2p^2 - 4p + 2 & \cdot 2 & 3m^2 - 30m + 75 & \cdot 1 \\ 4y^2 - 9p^2 & \cdot 8 & 4b^4 - 20b^3 + 25b^2 & \cdot 7 & 49x - x^3 & \cdot 6 & a^3 + 14a^2 + 49a & \cdot 5 \end{aligned}$$

6.

פרק את הביטויים הבאים בעזרת פירוק הטרינום:  
(בחלק מהסעיפים יש צורך בהוצאת גורם משותף)

4.  $y^2 - 5y + 6$

3.  $m^2 + 5m + 6$

2.  $b^2 - 4b + 3$

1.  $x^2 + 5x + 4$

8.  $t^2 + 8t - 33$

7.  $x^2 + 2x - 48$

6.  $p^2 + p - 20$

5.  $x^2 + 3x - 10$

כפל שברים אלגבריים

7.

כפול את השברים הבאים וצמצם את התוצאה ככל הניתן:

3.  $\frac{p^2 - 4}{p + 2} \cdot \frac{p + 3}{p - 2}$

6.  $\frac{b^2 - 6b + 9}{b + 2} \cdot \frac{3b + 9}{b^2 - 9}$

2.  $\frac{x^2 + 5x}{x} \cdot \frac{x^2}{3x + 15}$

5.  $\frac{t + 3}{3t + 15} \cdot \frac{4t^2 - 100}{2t + 6}$

1.  $\frac{a + 5}{3} \cdot \frac{30}{2a + 10}$

4.  $\frac{7x + 21}{2x - 4} \cdot \frac{x^2 - 4x + 4}{7x^2 - 63}$

תשובות

1) 5.  $\frac{x^2}{3}$  2) 3.  $p + 3$  3)  $\frac{x - 2}{2(x - 3)}$  4)  $\frac{2(t - 5)}{3}$  5)  $\frac{3(b - 3)}{b + 2}$  6)

פתרון משוואות ע"י צמצום שברים אלגבריים

8.

ד) צמצם את המכפלות, פתור את המשוואה ובדוק שהפתרון שמצאת כלול בתחום ההצבה של הביטויים:

3.  $-7 = \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 4} \cdot \frac{x + 4}{x + 5}$

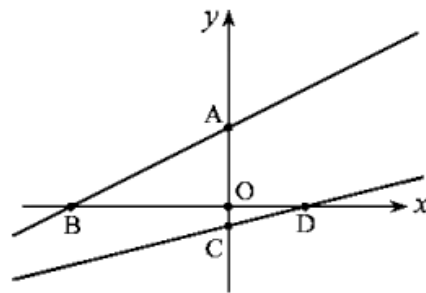
2.  $\frac{x^2 - 3x - 40}{x + 3} \cdot \frac{x + 3}{x - 8} = 6$

1.  $\frac{x^2 - 1}{x + 2} \cdot \frac{x + 2}{x - 1} = 9 - x$

**פונקציה קווית.**

**1.**

בסרטוט משמאל מתוארים הגרפים של הפונקציות הבאות:



$$y = \frac{1}{2}x + 4 \quad \text{I}$$

$$y = \frac{1}{4}x - 1 \quad \text{II}$$

(א) התאימו גרף לכל אחת מהמשוואות.

(ב) חשבו את שיעורי הנקודות:

$D, C, B, A$

(ג) פי כמה גדול שטח  $\triangle AOB$  משטח  $\triangle OCD$  ?

(ד) חשבו את שטח  $\triangle ABD$  (המשולש איננו מסורטט).

**2.**

נתונות משוואות של שני ישרים:  $y = 6x + 6$ ,  $y = -4x + 21$ .

הישרים נחתכים בנקודה M.

(א) מצאו את שיעורי הנקודה M.

(ב) האם הישר, שמשוואתו  $y = 4x + 9$  עובר דרך הנקודה M ?

(ג) חשבו את מרחק הנקודה M מראשית הצירים.

**3.**

נתונות הנקודות:  $A(4,6)$ ,  $B(-8,12)$ .

מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הישר AB עם הישר

שמשוואתו  $y = -3x - 2$ .

**4.**

מצאו משוואה של ישר ששיפועו  $-0.4$ , העובר דרך נקודת החיתוך

של שני הישרים  $2y = x + 1$  ו-  $2x - 3y = 1$ .

**תשובות:**

**1.**

(א)  $AB: I$ ,  $CD: II$

(ב)  $A(0,4)$ ,  $B(-8,0)$ ,  $C(0,-1)$ ,  $D(4,0)$

(ג) פי 8.

(ד)  $S_{\triangle ABD} = 24$  יחידות שטח

**2.** (א)  $M(1.5,15)$

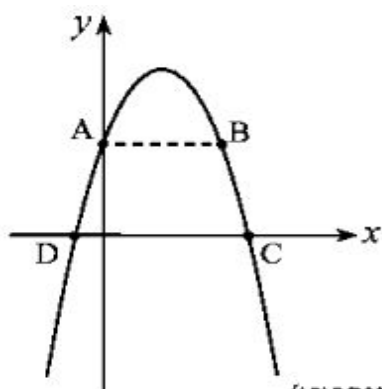
(ב) כן. (ג)  $15.075$  יחידות אורך  $\approx \sqrt{227.25}$

**3.**  $(-4,10)$

**4.**  $y = -\frac{2}{5}x + 5$

פונקציה ריבועית.

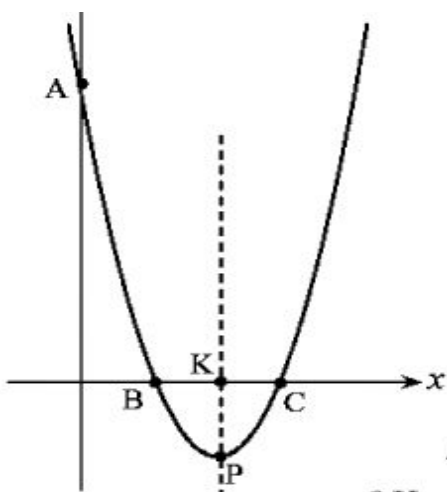
1.



נתון גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 4x + 5$ .  
 הפרבולה המתאימה חותכת את ציר ה- $y$   
 בנקודה  $A$ .  $AB$  מקביל לציר ה- $x$ .  
 הנקודות  $C$  ו- $D$  הן נקודות החיתוך של  
 הפרבולה עם ציר ה- $x$ .

- (א) חשבו את שיעורי הנקודות  $A, B, C, D$ .  
 (ב) חשבו את שטח הטרפז  $ABCD$  (הטרפז איננו מסורטט).

2.



בסרטוט נתון גרף הפונקציה

$$y = x^2 - 10x + 24$$

$KP$  הוא ציר הסימטריה של הפרבולה

המתאימה (הנקודה  $K$  נמצאת על ציר ה- $x$

והנקודה  $P$  היא קדקוד הפרבולה).

(א) חשבו את שיעורי הנקודות

$A, B, C, P$  (הנקודות  $A, B, C$

הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם הצירים).

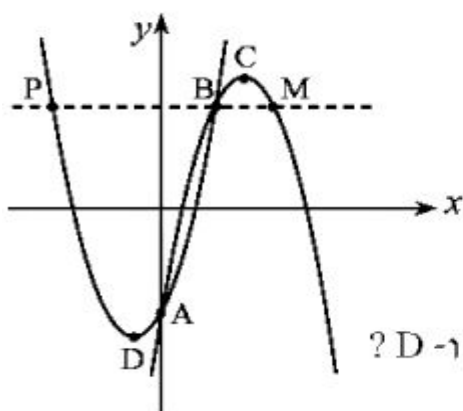
(ב) מהי משוואת הישר העובר דרך הנקודות  $A$  ו- $K$ ?

(ג) דרך הנקודה  $C$  העבירו ישר המקביל לישר  $AK$ .

רשמו את הפונקציה המתארת ישר זה.

(ד) חשבו את שטח  $\triangle ABC$  (המשולש איננו מסורטט).

3.



בסרטוט נתונים הגרפים של הפונקציות

$$y = x^2 + 2x - 4$$

$$y = -x^2 + 6x - 4$$

(א) מצאו את משוואת הישר העובר דרך

הנקודות  $A$  ו- $B$  (הנקודות  $A$  ו- $B$

הן נקודות החיתוך בין הפרבולות).

(ב) מהי משוואת הישר העובר דרך הנקודות  $C$  ו- $D$ ?

(הנקודות  $C$  ו- $D$  הן קדקודי הפרבולות).

(ג) דרך הנקודה  $B$  העבירו מקביל לציר ה- $x$

החותך את הפרבולות בנקודות נוספות  $M$  ו- $P$  (ראו סרטוט).

חשבו את שטח  $\triangle PAM$  (המשולש איננו מסורטט).

## פונקציה ריבועית

1.

נתונה הפרבולה:  $y = x^2 + 6x + 9$ .

(א) מצא את נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- $x$ .

(ב) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

(ג) עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה עולה, ועבור אילו היא יורדת?

(ד) מהו הערך המינימלי של הפונקציה?

2.

נתונה הפונקציה  $y = x^2 + 3x - 4$ .

(א) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(ב) עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה הנתונה חיובית?

(ג) רשום שני ערכים של  $x$  שבהם

הפונקציה הנתונה חיובית.

תשובות:

1. (א)  $(-3, 0)$

(ב) תחום חיוביות:  $x \neq -3$

(ג) תחום עלייה:  $x > -3$ , תחום ירידה:  $x < -3$

(ד)  $y_{\min} = 0$

2. (א)  $(-4, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, -4)$

(ב)  $x < -4$  או  $x > 1$

(ג) למשל:  $x = -5$ ,  $x = 2$

## גאומטריה.

1.

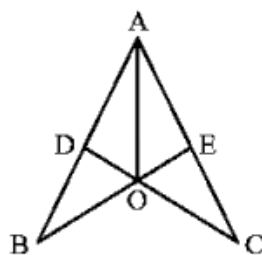
בסרטוט שלפניכם, הישרים  $BE$  ו- $CD$  נפגשים בנקודה  $O$ .

נתון כי:  $DO = EO$ ,  $BO = CO$

ו-  $\angle AOE = \angle AOD$ .

(א) הוכיחו כי  $AB = AC$ .

(ב) הוכיחו כי המרובע  $ADOE$  הוא דלתון.



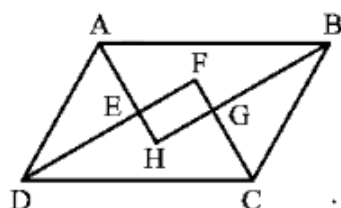
2.

נתון כי המרובע  $ABCD$  הוא מקבילית.

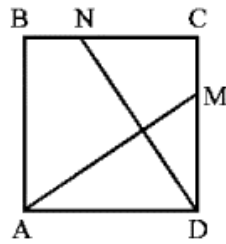
מעבירים את ארבעת חוצי-זוויות המקבילית,

ומתקבל מרובע פנימי  $EFGH$  (ראו סרטוט).

הוכיחו כי המרובע הפנימי  $EFGH$  שהתקבל הוא מלבן.

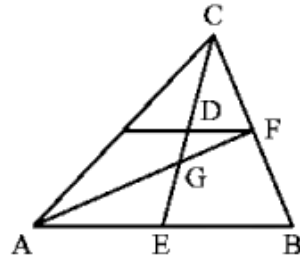


3.



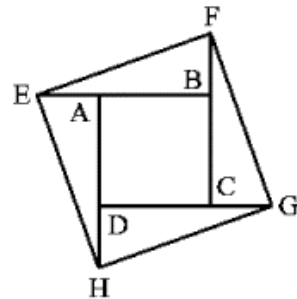
המרובע ABCD הוא ריבוע. על הצלעות  
 CD ו-BC בחרו בהתאמה נקודות M ו-N,  
 כך שמתקיים  $CM = BN$ .  
 (א) הוכיחו כי  $\angle DNC = \angle AMD$ .  
 (ב) הוכיחו כי  $AM \perp ND$ .

4.



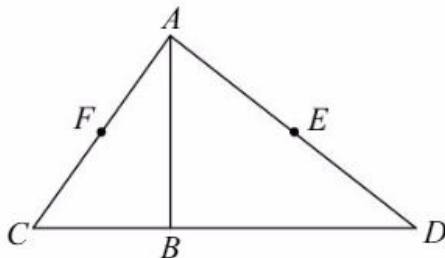
במשולש ABC הקטעים  
 AF ו-CE הם תיכונים.  
 כמו כן, נתון כי  $FD \parallel AB$ ,  
 4 ס"מ  $EG =$ .  
 חשבו את אורך הקטע DG.

5.



בסרטוט שלפניכם המרובע  
 הפנימי ABCD הוא ריבוע.  
 מאריכים את ארבע צלעות  
 הריבוע הפנימי, כך שמתקיים:  
 $AE = BF = CG = DH$ .  
 הוכיחו כי גם המרובע החיצוני EFGH הוא ריבוע.

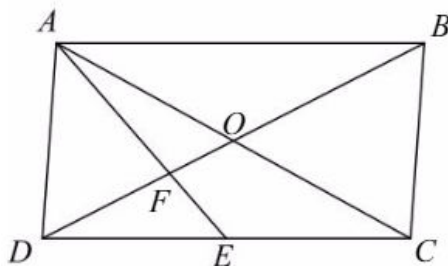
6.



הישר AB הוא גובה במשולש  $\triangle ACD$ .  
 הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי הצלעות AD ו-AC.  
 א. הוכח: המרובע CDEF הוא טרפז.  
 ב. הוכח: המרובע AEBF הוא דלתון.  
 ג. העבר את הישר EF. הישרים AB ו-EF נחתכים בנקודה M.  
 נתון: 9 ס"מ  $FM =$ , 12 ס"מ  $AM =$ , 16 ס"מ  $EM =$ .  
 חשב את שטח המשולש  $\triangle ACD$  ואת היקפו.

7.

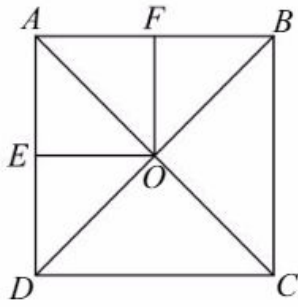
הנקודה E היא אמצע הצלע CD במקבילית ABCD שאלכסוניה נחתכים בנקודה O.



הישר AE חותך את האלכסון BD בנקודה F.  
 א. חשב את היחסים:  
 1.  $\frac{OF}{OD}$  2.  $\frac{BF}{DF}$   
 ב. נתון:  $AE \perp BD$ . הקף אילו מהמשולשים הבאים הם דומים:  
 1.  $\triangle AFO$  2.  $\triangle EDF$  3.  $\triangle ADF$  4.  $\triangle ABF$

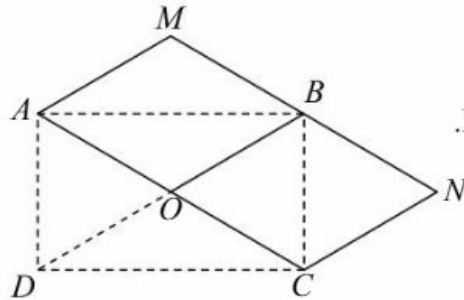


8.



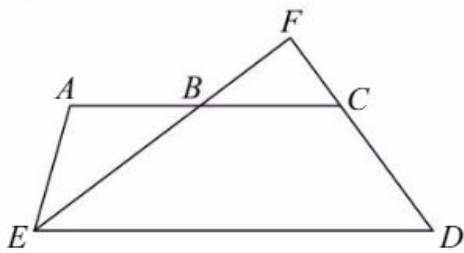
- הנקודות F ו-E הן בהתאמה אמצעי הצלעות AB ו-AD בריבוע ABCD.  
 אלכסוני הריבוע נחתכים בנקודה O.  
 א. הוכח: המרובע AFOE הוא ריבוע.  
 ב. הוכח: המרובע AFOD הוא טרפז.  
 ג. נתון שהיקף הריבוע ABCD הוא  $8a$ . הבע באמצעות  $a$  את:  
 1. היקף ושטח הריבוע AFOE.  
 2. שטח הטרפז AFOD.  
 ד. נתון ששטח הטרפז AFOD קטן ב-10 סמ"ר משטח הריבוע ABCD. מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ .

9.



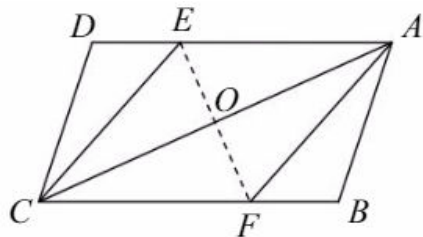
- המקבילית AMNC מורכבת מהמעוינים AMBO ו-CNBO.  
 א. הוכח:  $AB \perp BC$ .  
 ב. המשיכו את הישר BO עד הנקודה D כך שמתקיים:  $BO=DO$ . הוכח: המרובע ABCD הוא מלבן.

10.



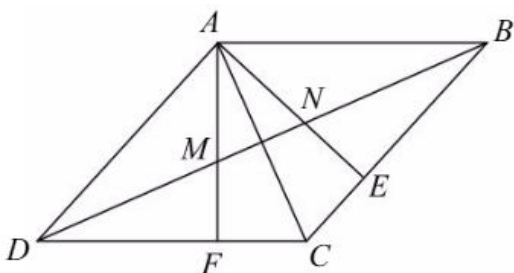
- נתון הטרפז ACDE ( $AC \parallel DE$ ). ממשיכים את השוק CD עד הנקודה F. הקטע EF והבסיס AC נחתכים בנקודה B.  
 נתון:  $\angle DFE = 90^\circ$ ,  $AB=AE$ , נסמן:  $\angle ABE = \alpha$ .  
 א. הבע באמצעות  $\alpha$  את הזוויות:  
 1.  $\angle AED$ .  
 2.  $\angle BCD$ .  
 ב. הוכח:  $\angle BAE = 2 \cdot \angle EDF$ .  
 ג. קבע האם ניתן לבנות משולש ששתיים מזוויותיו שוות לזווית  $\angle AED$  וזוויתו השלישית שווה לזווית  $\angle BCD$ . נמק.

11.



- הנקודות E ו-F נמצאות על צלעות המקבילית ABCD כך שמתקיים:  $\angle DAF = 2 \cdot \angle BAF$ ,  $\angle BCE = 2 \cdot \angle DCE$ .  
 הקטע EF והאלכסון AC נחתכים בנקודה O.  
 א. הוכח:  $OE=OF$ .  
 ב. נתון:  $\angle AEO = \angle AFO$ . הוכח: AECF מעוקן.  
 ג. נתון:  $EF=6$  ס"מ,  $AE=5$  ס"מ. חשב את אורך AC.

12.



- במעוין ABCD הישרים AE ו-AF הם גבהים החותכים את האלכסון BD בנקודות N ו-M בהתאמה. הוכח:  
 א. המרובע AECF הוא דלתון.  
 ב. המרובע ENMF הוא טרפז שווה שוקיים.  
 ג.  $\angle EAF = 2 \cdot \angle BDC$ .