

אלגברה

עבודת קיץ לקראת כיתה י' (5 יחידות)

פתור את המשוואות הבאות :

תשובה : -2	$\frac{x^2 - 4}{x^3 - x^2 - 4} = 0$.1		
(1) $x^3 = \frac{4}{x^3} - 3$ (2) $\frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^2 - 3x} = 0$	(3) $(x^2 - x + 8)(x^2 - x - 4) = 160$ (4) $(x^2 - 5x + 3)(x^2 - 5x - 5) - 9 = 0$.2		
-2; -1	$(13x + 29)^2 - 19(13x + 29) + 48 = 0$.3		
$\sqrt{x^2} = -2$	$\sqrt{2x} = -1$	$\sqrt{x^2} = 9$	$\sqrt{x-3} = 1$.4
$\sqrt{1-x^2} - 2 = 0$	$2 + \sqrt{x} = 0$	$\sqrt{2-y^2} = 3$	$\sqrt{x^2-1} = \sqrt{8}$.5
5	$\sqrt{x-1} = 12 - 2x$.6		
-1	$2\sqrt{7x+32} = 6 - 4x$.7		
-3;2	$\sqrt{x^2+5x+7} = \sqrt{5x^2+9x-17}$.8		
6	$\sqrt{2x^2-11x+15} = x-3$.9		
4	$\sqrt{2x^2-5x-8} + 2 = x$.10		
6; ±4	$(x^2 - 4x - 12)\sqrt{x^2 - 16} = 0$.11		
5	(הצבה $\sqrt{x-1} = a$) $\frac{\sqrt{x-1}+6}{\sqrt{x-1}+2} = \sqrt{x-1}$.12		
1; ±√3	$(x^2 + 2x - 3)\sqrt{3-x^2} = 0$.13		
-3;2	$(9-x^2)\sqrt{2-x} = 0$.14		
$\sqrt{3x^2-x-6} = x\sqrt{2}$ (ב)	$\sqrt{x^2-24}-x=4$ (א)	.15		
$(x^2-5x-6)\frac{\sqrt{x+2}}{x-5} = 0$ (ב)	$10 + \sqrt{-x^2-x+30} = 2x$ (א)	.16		
$2\sqrt{4+2x-x^2} = 2x-4$ (ב)	$\frac{\sqrt{5x-x^2}}{x+1} = 1$ (א)	.17		
9	(הצבה $t = \sqrt{x}$) $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2}$.18		

1) $x + 5x^{-1} = 6$

2) $6x^{-1} - x = 1$

3) $(3 + x^{-1}) \cdot (5 - 4x^{-1}) = 5 - (x^{-1})^2$

תשובות :

1) 1; 5 2) -3; 2

.19

	תשובות :
(1) $\frac{8}{x} - \frac{5-x}{2} = \frac{8+3x}{x} - x$	$3 \frac{2}{3}$
(2) $\frac{x}{4} + \frac{(x-2)^2+8}{x} = \frac{(4-x)(2-x)}{x}$	-4
(3) $\frac{7}{x+3} - \frac{1}{3-x} = \frac{6}{x^2-9} - \frac{x-4}{3+x}$	-4
(4) $\frac{1}{x-2} + \frac{x-6}{3x^2-12} = \frac{1}{2-x} - 1$	-3; $\frac{2}{3}$

.20

$\frac{x^3-8x^2}{8-x} = 0$.III	$\frac{x^3-8x^2}{x-8} = 1$.II	$\frac{x^3-8x^2}{x-8} = 0$.I
	$\frac{(x-8)^2}{x-8} = 0$.V	$\frac{x^3-8x^2}{8-x} = 1$.IV

.21

פשוט את הביטויים הבאים:

$$\frac{a-b}{a(a+b)}$$

תשובה:

$$\frac{a}{a^2+ab} - \frac{a^2+ab+b^2}{a^3+ab^2+2a^2b} + \frac{a}{(a+b)^2}$$

.22

$$(a+1)$$

$$\left(a^2 + \frac{1}{a}\right) : \left(a - 1 + \frac{1}{a}\right)$$

.23

$$\frac{k+m}{k-m}$$

$$\left(\frac{3m}{k^2-m^2} - \frac{3}{m-k}\right) : \frac{6m+3k}{m^2+2mk+k^2}$$

.24

$$\frac{a^2+b^2}{2ab}$$

$$\left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}\right) : \left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right)$$

.25

$$\frac{a+b}{a-b}$$

$$\left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}\right) : \left(\frac{a^2+b^2}{2ab} + 1\right) \cdot \frac{ab}{a^2+b^2}$$

.26

$$\frac{1}{a^2b^2}$$

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{2}{(a+b)^3} + \frac{1}{(a+b)^2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)$$

.27

$$\frac{a}{a-b}$$

$$\frac{a}{a+b} : \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2\right) \cdot \frac{a^2-b^2}{ab}$$

.28

פתור את המשוואות הבאות :	
תש': 1	$ x + 3 = 5x - 1$.29
תש': -1	$ x - 2 = 2x + 1$.30
תש': $2, \frac{2}{3}$	$ x - 1 = \frac{1}{2}x$.31
תש': $-1, -\frac{3}{4}$	$ x + 1 = -\frac{1}{3}x$.32
תש': $x \leq 2$	$ x - 2 + x = 2$.33
תש': $x \geq -3$	$ x + 3 - x = 3$.34
תש': -1, 1	$ 5x - 3 = 3x - 5 $.35
תש': $1, \frac{1}{3}$	$ 7x - 4 = 2x + 1 $.36

בעיות מילוליות

<p>תלמיד הלך במהירות מסוימת לבית ספרו הנמצא במרחק 5 ק"מ מביתו. לאחר שעה של הליכה התברר לתלמיד שאם ימשיך ללכת באותה מהירות יגיע לבית הספר באיחור של 10 דקות. התלמיד הגדיל את מהירותו ב-2 קמ"ש, והגיע לביה"ס 6 דקות מוקדם יותר משהיה אמור להגיע. מצא את המהירות ההתחלתית שבה הלך התלמיד.</p> <p>תשובה: 3 קמ"ש.</p>	.37
<p>המרחק בין קיבוץ א' לקיבוץ ב' הוא 27 ק"מ. בשעה 6:00 בבוקר, יצא הולך רגל, במהירות קבועה, מקיבוץ א' לכיוון קיבוץ ב'. בשעה 9:00 בבוקר, יצא רוכב אופניים מקיבוץ א' לאותו כיוון ונע במהירות קבועה, הגדולה ב-12 קמ"ש ממהירותו של הולך הרגל. הולך הרגל ורוכב האופניים הגיעו בו-זמנית לקיבוץ ב'.</p> <p>א. חשב את מהירותו של הולך הרגל. ב. באיזו שעה הולך הרגל ורוכב האופניים הגיעו לקיבוץ ב'?</p> <p>תשובה: א. 6 קמ"ש. ב. 10:30 בבוקר.</p>	.38
<p>מכונית יצאה במהירות קבועה מעיר א' לעיר ב', שהמרחק ביניהן הוא 225 ק"מ. 40 דקות מאוחר יותר, יצא רוכב אופנוע מעיר א' לעיר ב' במהירות הגדולה ב-15 קמ"ש ממהירותה של המכונית. רוכב האופנוע הגיע לעיר ב' ב-10 דקות מאוחר יותר מהמכונית. מצא את מהירות המכונית ואת מהירות רוכב האופנוע.</p> <p>תשובה: 75 קמ"ש, 90 קמ"ש.</p>	.39

<p>בשעה 6:00 בבוקר יצא רוכב אופניים מעיר א' לעיר ב', לקראת פרש שיצא בשעה 7:00 בבוקר מעיר ב' לעיר א'. שניהם נעו באותה מהירות ונפגשו בשעה 11:00. לאחר מכן המשיך הרוכב בדרכו במהירות הנמוכה ב-4 קמ"ש ממהירותו הקודמת, בעוד הפרש המשיך בדרכו במהירות הגבוהה ב-5 קמ"ש ממהירותו הקודמת.</p> <p>רוכב האופניים הגיע לעיר ב' שעה אחת לאחר שהפרש הגיע לעיר א'. א. מצא את מהירות הפרש ואת מהירות רוכב האופניים עד הפגישה. ב. מצא את המרחק בין שתי הערים.</p> <p>תשובה: א. 20 קמ"ש. ב. 180 קמ"ש.</p>	.40
<p>המרחק בין עיר A לעיר B הוא 98 ק"מ. מכונית יצאה מעיר A לעיר B במהירות קבועה. לאחר שהמכונית עברה מרחק של 64 ק"מ, היא נעצרה למשך 18 דקות. לאחר העצירה, היא הגבירה את מהירותה ב-5 קמ"ש והמשיכה בדרכה עד שהגיעה ליעדה. המכונית הגיעה לעיר B, שעה וחצי לאחר שיצאה מעיר A.</p> <p>מצא את המהירות ההתחלתית של המכונית.</p> <p>תשובה: 80 קמ"ש.</p>	.41
<p>המרחק בין עיר A לעיר B הוא 162 ק"מ. מונית נסעה מעיר A לעיר B במהירות קבועה. בדרכה חזרה, המונית נסעה במשך 20 דקות באותה המהירות, נעצרה למשך 10 דקות והמשיכה בדרכה במהירות הגבוהה ב-9 קמ"ש ממהירותה ההתחלתית, עד שחזרה שוב לעיר A.</p> <p>מצא את מהירות המונית, אם ידוע שמשך זמן נסיעתה מעיר A לעיר B, היה זהה למשך זמן נסיעתה חזרה מעיר B לעיר A.</p> <p>תשובה: 81 קמ"ש.</p>	.42
<p>בשעה 7:00 בבוקר יצא אוטובוס מיישוב A ליישוב B, במהירות קבועה. המרחק בין היישובים הוא 196 ק"מ. בשעה 7:05 יצאה מונית מיישוב B ליישוב A, במהירות קבועה הגדולה ב-14 קמ"ש ממהירותו של האוטובוס. ידוע שבמהלך נסיעתם, האוטובוס נעצר למשך 15 דקות והמונית נעצרה למשך 30 דקות. האוטובוס והמונית הגיעו ליעדם בו-זמנית.</p> <p>א. מהן המהירויות של האוטובוס ושל המונית? ב. באיזו שעה הגיעו האוטובוס והמונית ליעדם?</p> <p>תשובה: א. 84 קמ"ש, 98 קמ"ש. ב. 9:35.</p>	.43
<p>המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 264 ק"מ. אוטובוס יצא מעיר א' לעיר ב' במהירות קבועה. לאחר שעבר מרחק, הקטן ב-24 ק"מ משארית המרחק עד לעיר ב', האוטובוס נאלץ להתעכב. לכן את שאר הדרך, הוא נסע במהירות קבועה, הגדולה ב-6 קמ"ש ממהירותו ההתחלתית. ידוע כי האוטובוס עבר את החלק השני של הדרך, במשך 10 דקות יותר מאשר את החלק הראשון. מצא את מהירותו של האוטובוס בחלק הראשון, אם ידוע כי משך זמן נסיעתו עד לעיר ב' אינו עלה על 5 שעות.</p> <p>תשובה: 90 קמ"ש.</p>	.44
<p>סירת מנוע שטה 60 ק"מ נגד הזרם. לאחר מכן, היא הסתובבה ושטה בחזרה את אותו המרחק עם הזרם. משך זמן השיט הלוך וחזור היה 5 שעות ו-50 דקות. ידוע שהזמן הדרוש לסירה כדי לעבור 36 ק"מ נגד הזרם, שווה לזמן הדרוש לסירה כדי לעבור 48 ק"מ עם הזרם. מצא את מהירות הסירה במים עומדים ואת מהירות הזרם (בהנחה שהמהירויות קבועות).</p> <p>תשובה: 21 קמ"ש, 3 קמ"ש.</p>	.45

מכונית ואופנוע יצאו בו זמנית מעיר א' לכיוון עיר ב'. המכונית נסעה במהירות 100 קמ"ש והאופנוע נסע במהירות 40 קמ"ש. המכונית הגיעה לעיר ב', התעכבה שעה וחזרה לכיוון עיר א'. לאחר שעברה $\frac{1}{3}$ מדרכה חזרה פגשה המכונית באופנוע. מהו המרחק בין שתי הערים?

תשובה: 300 ק"מ.

.46

הוכח כי לאי-שוויונים הבאים אין פתרון.

$$(1) (6x+1)(x-2) - (2x-3)^2 < x-17$$

$$(2) 3x(x-3) - (2x-1)(x-4) < -44$$

$$(3) \frac{(3x+4)^2}{6} - \frac{6x-2}{3} < 2x-1$$

$$(4) \frac{(5-2x)(2x+5)}{8} - \frac{(x-1)(x+1)}{4} > 6$$

.47

נקודות החיתוך של הישר $y = 2x - 4$ ופרבולה $y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$, נמצאות על הצירים.

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הישר והפרבולה.

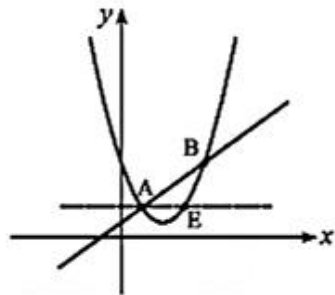
ב. מהו ערך c של הפונקציה הריבועית?

ג. אילו מבין הפונקציות הריבועיות הבאות מקיימות את תנאי השאלה? הסבירו.

$$I. y = 2x^2 - 2x - 4 \quad II. y = (x-1)^2 - 5 \quad III. y = -\frac{1}{3}(x-2)(x-6)$$

ד. רשמו שלוש דוגמאות משלכם לחוק של פונקציה ריבועית מתאימה.

.48



בשרטוט נתונים הפרבולה שמשוואתה

$$y = x^2 - 4x + 5 \text{ והישר } y = x + 1.$$

(א) מצא את שיעורי נקודות החיתוך

בין הגרפים (הנקודות A ו-B).

(ב) דרך הנקודה A מעבירים ישר המקביל

לציר ה-x וחותך את הפרבולה בנקודה E.

מהי משוואת הישר AE?

(ג) חשב את שיעורי הנקודה E.

(ד) מצא את משוואת הישר העובר בנקודות B ו-E.

(ה) חשב את שטח ΔABE .

$$(ב) y = 2$$

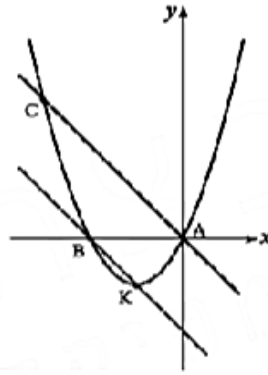
$$(א) A(1, 2), B(4, 5)$$

$$(ד) y = 3x - 7$$

$$(ג) E(3, 2)$$

$$(ה) S_{\Delta ABE} = 3 \text{ יחידות שטח}$$

.49



(ב) $y = -x$
 (ד) $S_{\Delta ABC} = 3$ יחידות שטח

(א) $y = -x - 2$
 (ג) $C(-3, 3)$

50. נתון גרף הפונקציה $y = x^2 + 2x$. הנקודה K היא קדקוד הפרבולה. נתון: $AC \parallel BK$. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x.
 (א) רשום את משוואת הישר העובר דרך הנקודות B ו-K.
 (ב) רשום את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-C.
 (ג) מצא את שיערי הנקודה C.
 (ד) חשב את שטח ΔABC .

51. בכל סעיף:

- מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
- מצאו את ציר הסימטריה של הפונקציה.
- מצאו את שיעורי הקדקוד של גרף הפונקציה.
- מצאו את תחום החיוביות ותחום השליליות של הפונקציה.
- מצאו את תחום העלייה ותחום הירידה של הפונקציה.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- פתרו את המשוואה $f(x) = 0$.

א| $f(x) = (x - 3)(x + 2)$ ג| $f(x) = (x - 3)^2 + 2$ ה| $f(x) = x^2 + 2$ ז| $f(x) = (x + 2)^2 + 2$
 ב| $f(x) = x(x - 1)$ ד| $f(x) = (x + 1)(x + 1)$ ו| $f(x) = x^2 - 36$ ח| $f(x) = (x - 1)^2$

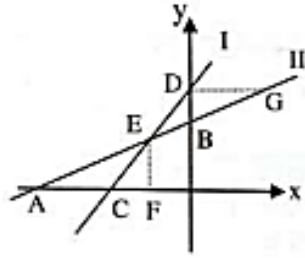
52. פתור את אי-השוויונות הריבועיים הבאים:

(א) $\frac{x^2}{3} \geq \frac{x-1}{2} + 2$
 (ב) $\frac{x^2}{2} - \frac{3x-2}{4} \geq 1$
 (ג) $\frac{4}{3} < x < 2$
 (ד) $\frac{x^2-4}{6} - \frac{3x+2}{2} < \frac{x}{4} - 6$
 (ה) $\frac{2x^2+3}{3} - \frac{x+7}{2} - \frac{x+3}{6} \leq 1$
 (ו) $\frac{6-x^2}{2} - \frac{x+8}{10} < 2 - \frac{2x^2+2}{5}$
 (ז) $x \leq -\frac{1}{2}, x \geq 2$
 (ח) $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq 3$
 (ט) $4 < x < 6.5$
 (י) $x < -3, x > 2$
 (יא) $-2 \leq x \leq 3$

נתון אי-השוויון: $1 - 5x > 3(x - 1)^2$.

עמית רשם את הפונקציה $y = 1 - 5x - 3(x - 1)^2$. האם קיים ערך של x עבורו $y > 0$? הסבר.

נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x^2 + x + 1$ ונתון הישר: $y = -4x - 1$. מצא עבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) \leq y$? תשובה: $-2 \leq x \leq -\frac{1}{2}$



בציור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 4 \quad \text{ו-} \quad f(x) = \frac{3x}{2} + 6$$

א. קבע איזה מן הגרפים I או II הנו הגרף של הפונקציה $f(x)$. נמק קביעתך.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D ו-E.

ג. הקטע EF בציור מקביל לציר y והקטע DG מקביל לציר x. מצא את שיעורי הנקודות F ו-G.

ד. חשב את שטחי המשולשים AEC, DEB ו-DGE.

ה. האם המשולשים AEC ו-DGE חופפים? נמק.

ו. חשב את היקף המשולש ECF (עגל לספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית).
ז. מצא את התחום בו מתקיים:

$$(1) f(x) < g(x) \quad (2) f(x) < 0 \quad (3) f(x) < 0 \quad (4) g(x) > 0 \quad (5) g(x) > f(x) > 0 \quad (6) f(x) \cdot g(x) > 0$$

.53

קבע כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = 3$ עם כל אחת מהפרבולות הבאות:

א. $y = x^2 - 4x + 7$ ב. $y = -x^2 + 6x - 4$ ג. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$

.54

הפונקציה $y = ax^2 + 4x + c$ חותכת את ציר ה-x בנקודות $(-2, 0)$ ו- $(6, 0)$.
מצא את a ו-c ואת נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y.

.55

הפונקציה $y = 2x^2 + bx - 3$ חותכת את ציר ה-x בנקודה $(3, 0)$.
מצא את b ואת נקודת החיתוך השנייה של הפונקציה עם ציר ה-x.

.56

קבע מה נכון ומה לא נכון:

א. הפונקציה $y = \frac{1}{x^2} - 1$ היא פונקציה ריבועית.

ב. כל פרבולה חותכת את ציר ה-x.

ג. יש פרבולות שיש להן נקודה אחת בלבד משותפת עם ציר ה-x.

ד. יש פרבולות שאינן חותכות את ציר ה-y.

ה. אין פרבולות שיש להן שתי נקודות חיתוך עם ציר ה-y.

ו. אם ידועות נקודות החיתוך של פרבולה עם ציר ה-x אז אפשר למצוא את ציר הסימטריה שלה.

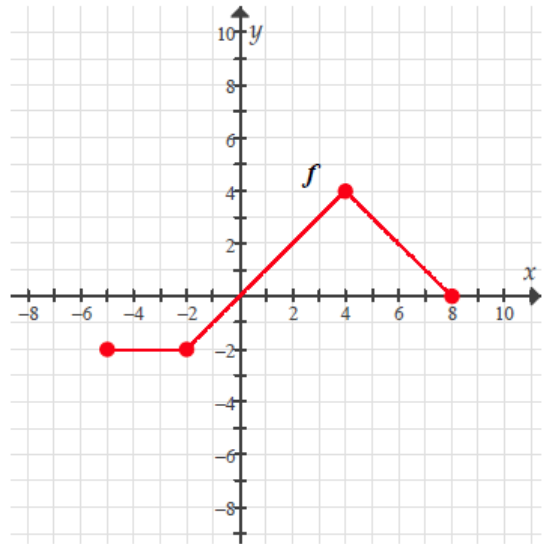
ז. יש פרבולות שציר ה-y הוא ציר הסימטריה שלהן.

ח. עפ"י שתי נקודות חיתוך של פרבולה עם ציר ה-x אפשר למצוא את משוואתה.

ט. אם הנקודה $(2, 5)$ נמצאת על פרבולה אז גם הנקודה $(-2, 5)$ חייבת להימצא עליה.

י. עפ"י הקודקוד של פרבולה אפשר למצוא את משוואתה.

.57



(1) עבור אילו ערכי t יש לישר $y = t$ ולגרף הפונקציה הנתונה :

1. נקודה אחת משותפת ,
2. שתי נקודות חיתוך משותפות,
3. אין נקודות חיתוך .

(2) שרטט את הגרפים הבאים:

$y = f(x) - 3$ (ג)	$y = f(x+2)$ (ב)	$y = f(x+2)$ (א)
$y = -f(x)$ (ו)	$y = f(x+1)+5$ (ה)	$y = f(x-2)-1$ (ד)
$y = -2f(x+1)$ (ט)	$y = \frac{1}{2}f(x)$ (ח)	$y = 2f(x)$ (ז)
$y = f(x+1)-5 $ (יב)	$y = f(x) $ (יא)	$y = -f(x+3)-8$ (י)

משימה 2

נתונות שתי פונקציה $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 3x - 5$ ו- $g(x) = b \cdot f(x)$.

מצא את ערך של b עבורו גרף הפונקציה $g(x)$ עובר דרך הנקודה $(-2, -129)$.

משימה 3

נתון: $f(x) = 5x - 2a$, $f(10) + f(5) = 55$

(א) חשב את a .

(ב) האם יש פתרון למשוואה $f(x) = f(x-1)$?

(ג) נתונה פונקציה נוספת $k(x) = x^2 - 5x + 15$.

כמה פתרונות יש למשוואה $k(x) = f(x)$?

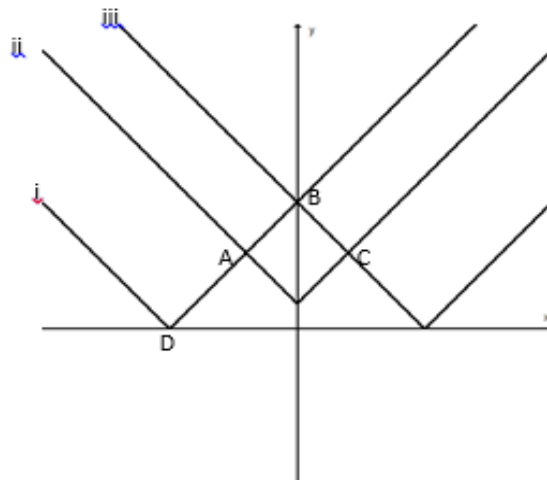
משימה 4

לפניכם שלוש פונקציות ושלושה גרפים של הפונקציות:

$$\text{א. } y = |x| + 1$$

$$\text{ב. } y = |x - 5|$$

$$\text{ג. } y = |x + 5|$$



א. התאימו בין פונקציה לגרף שלה

ב. כתבו את שיעורי הנקודות המסומנות ב A, B, C

ג. כתבו את פונקציית הקו הישר העובר דרך הנקודות A, C

ד. כתבו דוגמה לפונקציה של קו ישר שיחתוך את שלושת הגרפים כך שיתקבל מלבן ששניים מקדקדויו הם A, D ושני הקדקודים האחרים מונחים על הקו הישר.

משימה 5

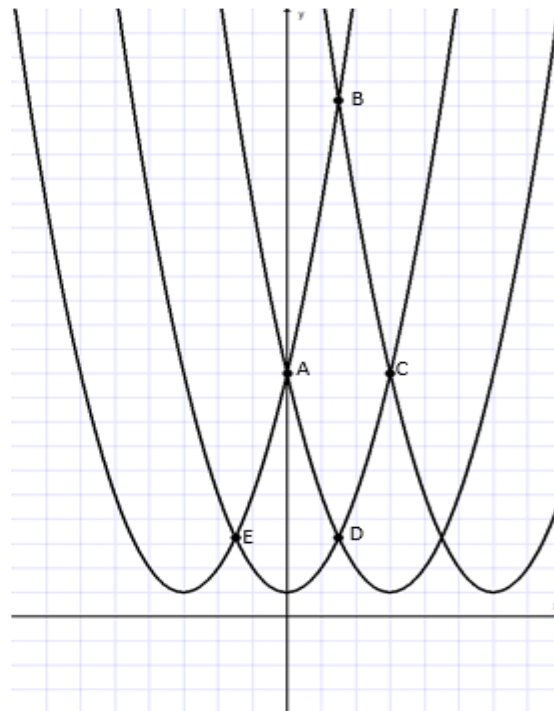
E, D, C, B, A – נקודות החיתוך של הגרפים.
נתון כי ABCD הוא דלתון ברביע הראשון.

$$\text{א. } y = x^2 + 1$$

$$\text{ב. } y = (x - 3)^2 + 1$$

$$\text{ג. } y = (x + 3)^2 + 1$$

$$\text{ד. } y = (x - 6)^2 + 1$$



א. חשבו את שיעורי הנקודות A, B, C, D

ב. שרטטו גרף נוסף של פונקציה, כך שמשתי נקודות החיתוך שלו עם הגרפים הנתונים ומהנקודות E ו-A ייוצר דלתון ברביע השני, שחופף לדלתון הנתון.

ג. כתבו את הביטוי האלגברי של הפונקציה ששרטטם

ד. חשבו את שיעורי הנקודה E.

משימה 6

זורקים קוביית משחק רגילה עליה רשומים המספרים 1, 2, 3, 4, 5, 6 ואת התוצאה רשמים במקום □

בביטוי האלגברי של הפונקציה $f(x) = x^2 - \square$.

א. מה ההסתברות שלגרף הפונקציה הריבועית יהיו שתי נקודות חיתוך עם ציר ה- x ?

ב. מה ההסתברות שהפונקציה תעבור דרך ראשית הצירים?

ג. אם גרף הפונקציה (שהתקבל לאחר זריקת הקובייה) עובר דרך הנקודה (4,11), איזה מספר יצא בזריקה?

ד. בזריקת הקובייה התקבל המספר 3, רשמו ארבע נקודות על גרף הפונקציה שהתקבלה.

ה. הסבירו מדוע לא יתכן שאותה נקודה תשתייך לשני גרפים שונים שמתקבלים מזריקת הקובייה?

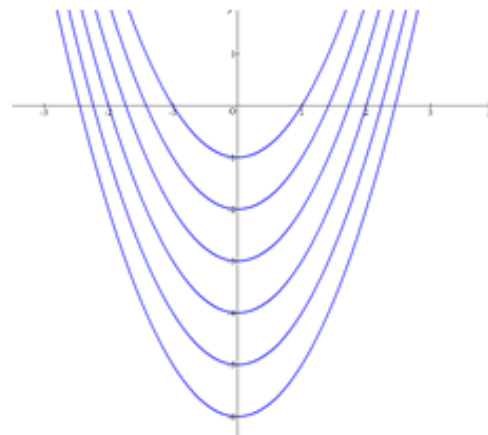
ו. רועי טוען כי לא משנה מה יצא בקובייה, גרף הפונקציה המתקבל לא יחתוך את הישר $y = -7$. האו הוא צודק? הסבירו.

תשובות :

בשאלה זו נעשה קישור בין מושגים פשוטים בהסתברות לבין סוגיות בייצוג פונקציות ריבועיות מהצורה

$f(x) = x^2 + c$ תוך הישענות על ראייה גרפית של הפונקציות ועל הזזות אנכיות של $f(x) = x^2$.

ששת המצבים האפשריים:



א. כל הגרפים (שהם הזזה כלפי מטה של הפונקציה $f(x) = x^2$) חותכים את ציר ה- x בשתי נקודות. ניתן לראות זאת גם בביטוי האלגברי מהצורה $x^2 - c = 0$, זאת משוואה שתמיד יש לה שני פתרונות. לכן ההסתברות היא 1.

ב. ההסתברות היא אפס.

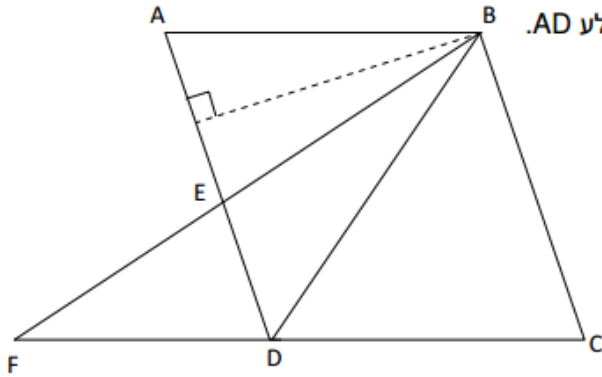
ג. 5. ניתן למצוא אותו על ידי הצבת הנקודה בביטוי של הפונקציה ואז על ידי פתרון המשוואה $4^2 - \square = 11$.

ד. למשל, $(0,-3)$, $(1,-2)$, $(4,13)$.

ה. כל גרף הוא הזזה אנכית של גרף אחר, לכן אין נקודות חיתוך ביניהם. כלומר, נקודה השייכת לגרף של פונקציה אחת לא יכולה להשתייך לגרף של אחרת. זאת ניתן לראות גם מהביטויים האלגבריים, כי למשוואה $x^2 - c = x^2 - d$ אין פתרון אלא אם כן, $c = d$, כלומר כאשר מדובר באותה פונקציה.

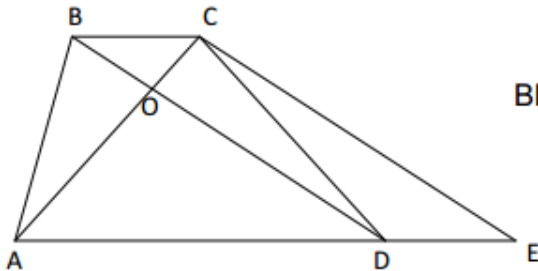
ו. רועי צודק. הנקודה בעל שיעור ה- y הקטן ביותר היא $(0,-6)$, לכן הישר $y = -7$, לא חותך אף אחד מהגרפים שיתקבלו.

.1



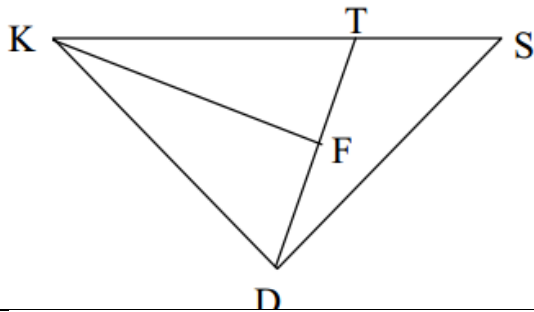
- במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AD.
 המשך BE חותך את המשך DC בנקודה F.
 נתון כי שטח המשולש ABE הוא 48 סמ"ר.
 שטח המשולש DFE הוא 27 סמ"ר.
 א. הוכיחו כי $\triangle DEF \sim \triangle AEB$
 ב. מצאו את היחס: $\frac{AE}{DE}$
 ג. חשבו את השטח של משולש BED

.2



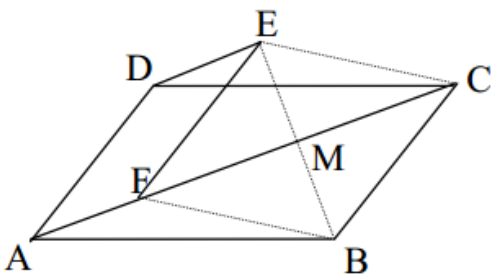
- המרובע ABCD הוא טרפז, $BC \parallel AD$.
 הנקודה E נמצאת על המשך AD כך ש- $BD \parallel CE$
 הוכיחו:
 א. $S_{\triangle CDE} = S_{\triangle ABC}$
 ב. $\triangle BCO \sim \triangle AEC$
 נתון גם: $AD = 3DE$, שטח הטרפז ABCD הוא 30 סמ"ר.
 ג. חשבו את שטח המרובע BCED.

.3



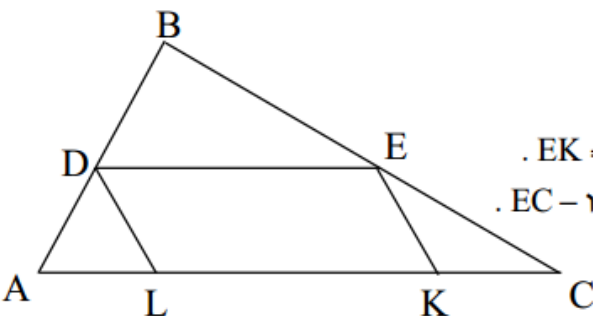
- KDS משולש שווה – שוקיים ($KD = DS$).
 KF – חוצה זווית DKS, $KF \perp DT$.
 (א) הוכח: $DS = KT$
 (ב) נתון: $\angle S = 2 \angle TDS$.
 חשב את זווית המשולש KDS.

.4



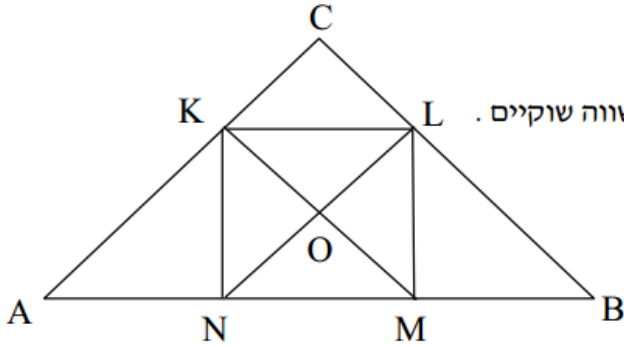
- המרובעים ABCD, AFED הם מקבילים.
 AC אלכסון המקבילית ABCD.
 א. הוכח: $EC = FB$
 ב. הוכח: $MC = MF$
 ג. נתון: $EC = EF$.
 הוכח: $EB \perp AC$

.5



- המרובע DEKL הוא מקבילית.
 הנקודות A ו-C נמצאות על המשך הצלע LK.
 משני הצדדים כך שמתקיים: $EK = KC$, $AL = DL$.
 הנקודה B היא החיתוך של המשכי הקטעים AD ו-EC.
 הוכח: $\angle ABC = 90^\circ$

המרובע KLMN הוא ריבוע החסום במשולש ABC. O – נקודת מפגש אלכסוני הריבוע.



נתון: $AC \parallel NL$, $KM \parallel BC$.

א. הוכח כי המרובע KCLO הוא ריבוע.

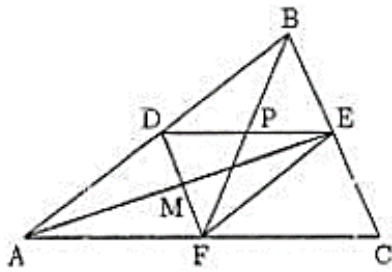
ב. הוכח כי המשולש ACB הוא ישר זווית ושווה שוקיים.

ג. נתון גם: $AB = 27$ ס"מ.

חשב את שטח הריבוע KLMN.

ד. חשב את אורך התיכון לצלע AB.

.6



הנקודות D, E, ו-F הן אמצעי הצלעות

של המשולש ABC (ראה ציור).

(א) הוכח כי ADEF מקבילית.

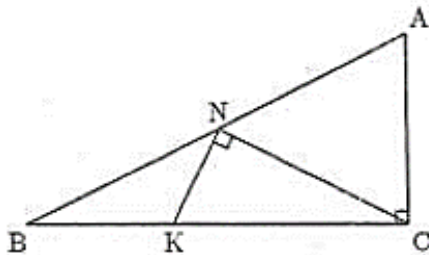
(ב) אלכסוני המקבילית ADEF

נפגשים בנקודה M.

BF חותך את DE בנקודה P.

הוכח כי: $PM = \frac{1}{4} AB$.

.7



משולש $\triangle ABC$ הוא

משולש ישר-זווית (ראה ציור).

נקודה N היא אמצע היתר

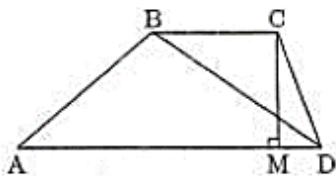
ו-K נקודה על BC.

KN מאונך ל-NC ו- $KC = 2KN$.

(א) הוכח כי: $BK = KN$.

(ב) הוכח כי: $NB < KC$.

.8

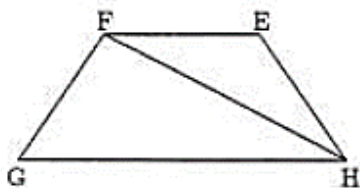


נתון טרפז ABCD. BD חוצה את $\angle D$.

CM מאונך ל-AD.

הוכח בדרך השלילה כי: $MD = CB$.

.9



בטרפז שווה-שוקיים EFGH ($HG \parallel EF$)

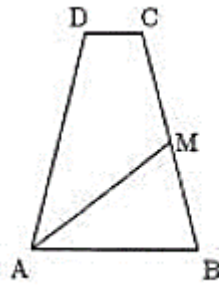
אורך השוק שווה לאורך הבסיס הקטן.

הוכח כי האלכסון FH חוצה

את הזווית הבסיס $\angle EHG$.

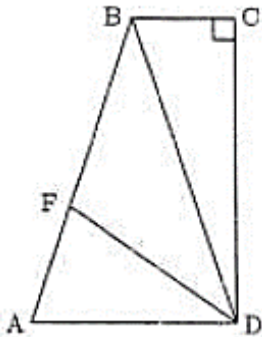
.10

.11



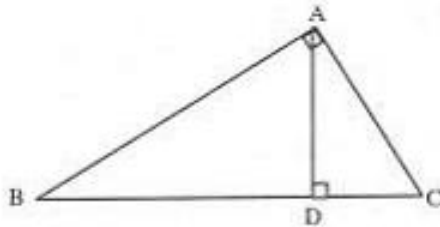
ABCD טרפז שווה-שוקיים:
 $AB \parallel CD$, $AD = BC$
 נקודה M נמצאת באמצע השוק BC.
 AM הוא חוצה הזווית $\angle DAB$.
 הוכח כי שוק הטרפז שווה לסכום בסיסיו.

.12



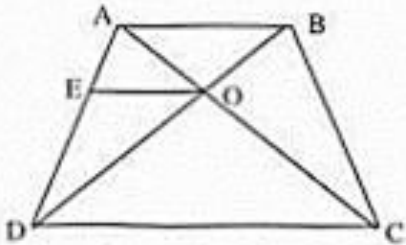
(10) בטרפז ABCD ($BC \parallel AD$)
 נתון: $AD = DF = FB$
 $\angle BDF = \angle FAD = \beta$
 (א) הוכח כי: $BD = AB$
 (ב) חשב את גודלה של β
 (ג) הוכח כי: $AD = 2 \cdot BC$

.13

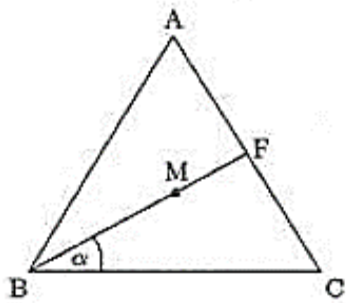


ABC הנו משולש ישר-זווית ($\angle A = 90^\circ$).
 סכום הניצבים AB ו-AC הוא 17 ס"מ. אורך היתר BC גדול ב-1 ס"מ מאורך הניצב AB. חשב את:
 א. צלעות המשולש ABC.
 ב. שטח המשולש ABC.
 ג. הגובה ליתר AD.
 ד. גוף מקיף את היקף המשולש ABC במהירות של 6 ס"מ לשנייה.
 בכמה שניות מסיים הגוף את מסלולו?

.14

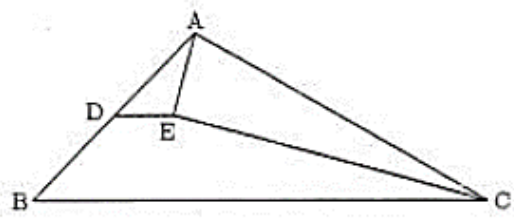


המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$).
 אלכסוני הטרפז נחתכים בנקודה O. הנקודה E נמצאת על השוק AD כך שמתקיים: $EO \parallel DC$.
 הקטע EO חוצה את הזווית $\angle AOD$.
 א. הוכח: (1) $OD = OC$ (2) $OA = OB$.
 ב. הוכח: טרפז ABCD שווה-שוקיים.
 ג. נתון גם: $AC \perp BD$, $DC = 15\sqrt{2}$ ס"מ, $AB = 10\sqrt{2}$ ס"מ.
 (1) חשב את אורך אלכסוני הטרפז.
 (2) מצא את היחס $\frac{EO}{DC}$.
 (3) חשב את אורך הקטע EO.



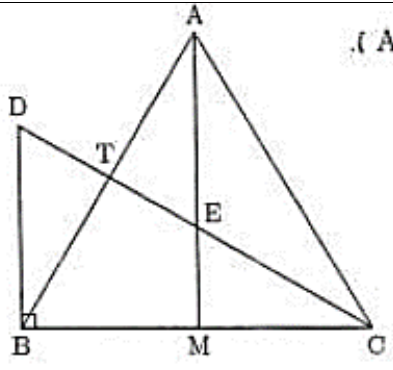
15. ΔABC הוא משולש שווה-שוקיים : $AB = AC$.
 BF , התיכון לשוק AC יוצר
 זווית α עם הבסיס BC (ראה ציור).
 M נקודת מפגש התיכונים במשולש.
 הוכח: אם $\alpha = 30^\circ$ אז ΔABC
 הוא משולש שווה-צלעות.

.15



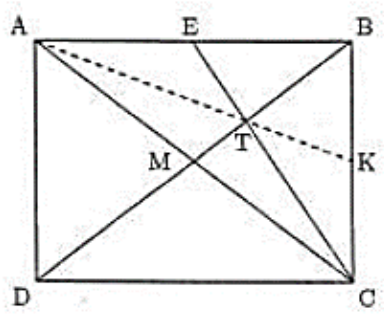
16. נתון משולש ΔABC .
 כמו כן, ידוע כי:
 $AD = DB$, AE מאונך ל- EC ,
 $\angle ECB = \angle ACE$.
 (א) הוכח כי DE מקביל ל- BC .
 (ב) הוכח כי: $DE = \frac{1}{2}(BC - AC)$.
הדרכה: המשך את AE .

.16



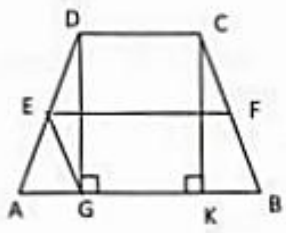
17. ΔABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$) .
 BD מאונך ל- BC (ראה ציור).
 AM חוצה את הקטעים BC ו- DC .
 T היא נקודת אמצע הקטע AB .
 (א) הוכח כי: $AE = DB$.
 (ב) נתון גם ש- $\angle D = 60^\circ$.
 הוכח כי: $EA = EC$.

.17



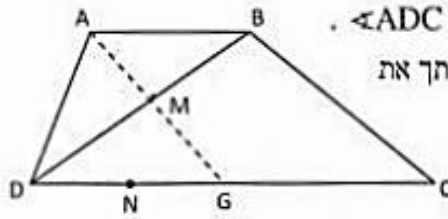
18. ABCD הוא מלבן
 (ראה ציור).
 נתון: CE מאונך לאלכסון BD
 וחוצה את הצלע AB .
 (א) הוכח כי: $AD = AT$.
 (ב) נתון כי: $\angle MCT = 20^\circ$.
 חשב את גודל הזווית $\angle KCT$.

.18

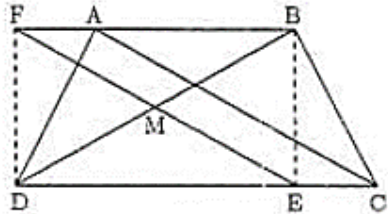


19. ABCD הוא טרפז שווה שוקיים שבבסיסו AB ו- CD . DG ו- CK הם גבהים בטרפז.
 $EF \parallel AB$, $\angle DEG$ חוצה זווית $\angle DEG$,
 א. הוכח: $AE = EG$.
 ב. הוכח: הנקודה E היא אמצע השוק AD .
 ג. הוכח שהמרובע EFBG הוא מקבילית.
 ד. נתון גם: $GB = 10$ ס"מ , $AG = 6$ ס"מ , $\angle B = 60^\circ$.
 (1) חשב את היקף הטרפז ABCD .
 (2) חשב את היקף המקבילית EFBG .
 (3) חשב את שטח המשולש ADG .

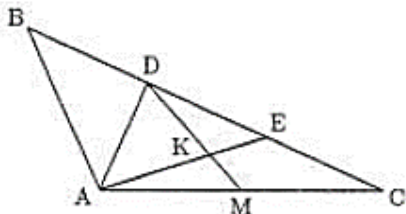
.19



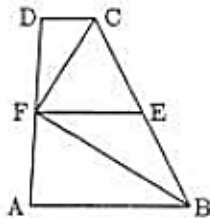
20. ABCD טרפז ($AB \parallel CD$). האלכסון BD חוצה את הזווית $\angle ADC$. הנקודה M היא אמצע האלכסון DB, המשך הקטע AM חותך את הבסיס הגדול של הטרפז DC בנקודה G. א. הוכח: המרובע ABGD הוא מעוין. ב. הנקודה N היא אמצע הקטע DG. הוכח: $NG = MN$. ג. נתון גם: $BC = DB$, $\angle NMG = 65^\circ$. חשב את זוויות המרובע BMGC.



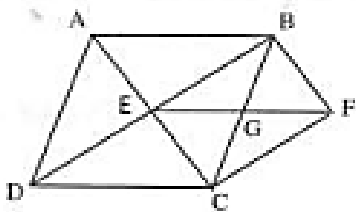
21. ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים. הנקודה M היא אמצע האלכסון BD. דרך הנקודה M מעבירים מקביל לאלכסון AC, החותך את הבסיס CD בנקודה E, ואת המשכו של הבסיס AB בנקודה F. (ב) הוכח כי: $FB = DE$. (ג) הוכח כי: $FE = BD$. (ד) הוכח כי: המרובע FBED הוא מלבן. עליך לרשום את הנתונים ובכל סעיף לרשום את מה שצריך להוכיח.



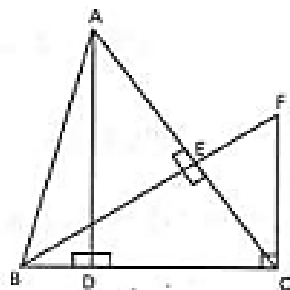
22. הנקודות D ו-E מחלקות את הצלע BC של המשולש $\triangle ABC$ לשלושה קטעים שווים. M היא אמצע הצלע AC. כמו כן, נתון כי: $AB = AE$. רשום את נתוני הבעייה והוכח כי: $AC = 3DK$.



23. בטרפז ABCD (ראה ציור) EF הוא קטע אמצעים ו- $\angle EBA$ חוצה את זווית $\angle EBA$. סמן את הנתונים בציור והוכח כי: (א) FC חוצה את זווית $\angle DCE$. (ב) $\angle CFB = 90^\circ$.



24. הנקודה G היא אמצע הצלע BC במרובע ABCD (ראה ציור). אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה E. נתון: $EG \parallel AB$, $EG \parallel DC$. א. הוכח: (1) $BE = ED$ (2) $AE = EC$. ב. נתון גם: $\angle DAC = \angle ACD$. הוכח: המרובע ABCD הוא מעוין. ג. נתון: $CF \parallel DB$, $BF \parallel AC$. (1) הוכח כי המרובע EBFC הוא מלבן. (2) נתון: היקף המעוין הוא 32 ס"מ. חשב את אורך הקטע GF.



- AD ו- BE הם גבהים לצלעות BC ו- AC במשולש ABC (ראה שרטוט). הנקודה F נמצאת על המשך הגובה BE, כך ש- $CF \perp BC$. נתון: $AD = BC$.
- הוכח: $\angle EBC = \angle DAC$.
 - הוכח: $DC = CF$.
 - נתון: $FC = 21$ ס"מ, $BC = 28$ ס"מ. חשב את היקף המשולש ABC.
 - הוכח: $\triangle BEC \sim \triangle ADC$.