

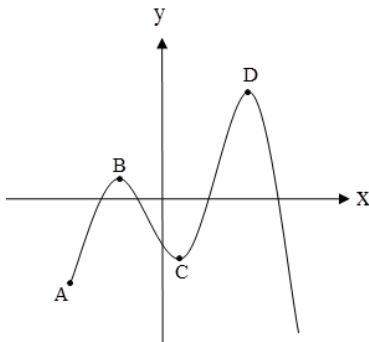
תוכן העניינים:

2	פרק 20
2	חשבון דיפרנציאלי - חקירת פולינום
2	סיכום עיקרי הדברים :
2	נקודות קיצון (נקודות מינימום/מקסימום) :
2	נקודות קיצון מקומיות :
2	שלבים למציאת נקודות קיצון מקומיות :
3	שאלות :
3	שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון :
4	שאלות העוסקות בחקירה של פונקציה :
6	תשובות סופיות :
8	תרגול נוסף :
8	שאלות העוסקות בנגזרות יסודיות :
8	שאלות שונות עם משיקים :
11	שאלות עם פרמטרים :
12	שאלות מסכמות – שימוש הנגזרת :
14	שאלות העוסקות בחקירת חלקית של פונקציה פולינומית :
16	שאלות העוסקות בחקירה מלאה של פונקציה פולינומית :
19	תשובות סופיות :
24	פונקציה זוגית ואי-זוגית :
24	הגדרות :
24	שאלות :
28	תשובות סופיות :
30	הקשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת :
30	חוקים כלליים עבור נגזרת ראשונה :
30	חוקים כלליים עבור נגזרת שנייה :
31	שאלות :
34	תשובות סופיות :

פרק 20

חשבון דיפרנציאלי - חקירת פולינום

סיכום עיקרי הדברים:



נקודות קיצון (נקודות מינימום/מקסימום):

- מינימום או מקסימום מקומי (פנימי) - B, C, D.
- מינימום או מקסימום קצה - A.
- מינימום או מקסימום מוחלט - D.

נקודות קיצון מקומיות:

- שיפוע המשיק לפונקציה בנקודות קיצון מקומיות הוא אפס.
- בנקודה שבה שיפוע המשיק לפונקציה הוא אפס תיתכן נקודת קיצון מקומית. נקודה כזו נקראת נקודה חשודה כקיצון. ניתן לבדוק אם היא אכן נקודת קיצון.

שלבים למציאת נקודות קיצון מקומיות:

- נגזור את הפונקציה.
- נשווה את הנגזרת לאפס ונחלץ את ערכי ה- x של הנקודות החשודות כקיצון.
- נציב את ערכי ה- x מסעיף ב' בפונקציה המקורית לקבלת ערכי ה- y .
- נקבע אם הנקודה היא נקודת קיצון ונסווג את סוג הקיצון על ידי טבלה.

שאלות:

שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון:

- (1) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = 10x - x^2$.
- (2) נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$.
א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.
ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (3) נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$.
א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.
ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (4) נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$.
א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.
ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (5) לפונקציה $f(x) = ax - x^3 - 5$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -1$.
מצא את ערכו של הפרמטר a .
- (6) נתונה הפונקציה: $f(x) = ax^3 + x^2$. ידוע שהנקודה $x = 1$ נקודת קיצון.
מצא את הקבוע a .
- (7) לפונקציה: $f(x) = Ax^3 + Bx^2 - 1$ יש נקודת קיצון ששיעוריה: $(2, 3)$.
מצא את ערכי הפרמטרים B, A .
- (8) לפונקציה: $f(x) = Ax^3 + Bx^2 - 4x$ יש נקודת קיצון ב- $x = -1$ ו- $x = 4$.
מצא את הפרמטרים ואת שיעור ה- y של שתי נקודות הקיצון.
- (9) נתונה הפונקציה: $f(x) = ax^3 + bx^2$. ידוע שהנקודה $(1, 2)$ נקודת קיצון.
מצא את הפרמטרים a, b .
- (10) לפונקציה: $f(x) = ax^4 + bx^2 + 35$ יש נקודת קיצון ששיעוריה $(2, 3)$.
מצא את ערכי הפרמטרים a, b .

שאלות העוסקות בחקירה של פונקציה:

(11) נתונה הפונקציה $f(x) = 10x - x^2$.

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(12) נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$.

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(13) נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$.

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(14) נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$ חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

15 נתונה הפונקציה $f(x) = x^3$ חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים :

- מציאת תחום ההגדרה.
- מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

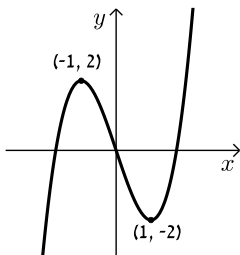
16 נתונה הפונקציה : $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 54x - 50$.

- לאילו ערכים של הפרמטר a עולה הפונקציה בכל תחום הגדרתה?
- הצב בפונקציה $a = 6$ וחקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים :
תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודת חיתוך עם ציר ה- y ,
סרטוט.

17 נתונה הפונקציה : $y = -3x^3 + 6x^2 - 4x + d$ (פרמטר).

ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה : $x = 2$.

- מצא את d .
- האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
- כתוב את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



18 לפניך גרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x$:

- מהו מספר הפתרונות של המשוואה $f(x) = 5$.
- מהו מספר הפתרונות של המשוואה $f(x) = 2$.
- מהו מספר הפתרונות של המשוואה $f(x) = 0.5$.
- עבור איזה ערך של k למשוואה $f(x) = k$ יש בדיוק פתרון אחד.
- עבור איזה ערך של k למשוואה $f(x) = k$ יש בדיוק שני פתרונות.
- עבור איזה ערך של k למשוואה $f(x) = k$ יש בדיוק שלושה פתרונות.
- האם קיים ערך של k עבורו למשוואה $f(x) = k$ אין פתרון.

תשובות סופיות:

1. $\max(5, 25)$

2. א. $\min(2, -16)$, $\max(-2, 16)$ ב. עולה: $x < -2$, $x > 2$; יורדת: $-2 < x < 2$.

3. א. $\max(0, 9)$, $\min(\sqrt{5}, -16)$, $\min(-\sqrt{5}, -16)$

ב. עולה: $-\sqrt{5} < x < 0$, $x > \sqrt{5}$; יורדת: $0 < x < \sqrt{5}$, $x < -\sqrt{5}$.

4. א. $\min(3, 5)$ ב. עולה: $x > 3$; יורדת: $x < 3$.

5. $a = 3$

6. $a = -\frac{2}{3}$

7. $A = -1$, $B = 3$

8. $A = \frac{1}{3}$, $B = -\frac{3}{2}$, $(-1, 2\frac{1}{6})$, $(4, -18\frac{2}{3})$

9. $b = 6$, $a = -4$

10. $a = 2$, $b = -16$

11. א. כל x ב. $\max(5, 25)$

ג. עלייה: $x < 5$; ירידה: $x > 5$

ד. $(0, 0)$, $(10, 0)$

ה. ראה גרף בצד.

12. א. כל x ב. $\min(2, -16)$, $\max(-2, 16)$

ג. עלייה: $x < -2$, $x > 2$; ירידה: $-2 < x < 2$

ד. $(0, 0)$, $(\sqrt{12}, 0)$, $(-\sqrt{12}, 0)$

ה. ראה גרף בצד.

13. א. כל x

ב. $\max(0, 9)$, $\min(\sqrt{5}, -16)$, $\min(-\sqrt{5}, -16)$

ג. עלייה: $-\sqrt{5} < x < 0$, $x > \sqrt{5}$; ירידה: $x < -\sqrt{5}$, $0 < x < \sqrt{5}$

ד. $(0, 9)$, $(\pm 1, 0)$, $(\pm 3, 0)$

ה. ראה גרף בצד.

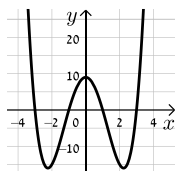
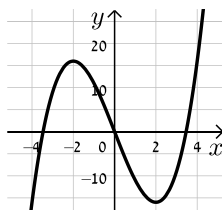
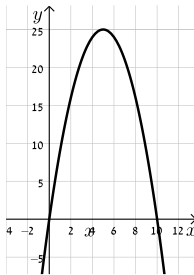
14. א. כל x

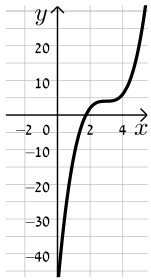
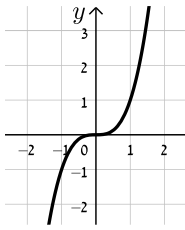
ב. $\min(3, 5)$

ג. תחומי עלייה: $x > 3$; תחומי ירידה: $x < 3$

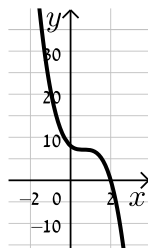
ד. $(0, 32)$

ה. ראה גרף בצד.





ד. $k > 2, k < -2$



ג. 3.

ז. לא.

15) א. כל x ב. אין.

ג. עולה לכל x

ד. $(0,0)$.

ה. ראה גרף בצד.

16) א. $-6 < a < 6$ ב. תחום הגדרה: כל x .

נקודות קיצון: אין. תחומי עלייה: כל x .

תחומי ירידה: אין.

נקודת חיתוך עם הצירים: $(0, -50)$.

ראה גרף בצד.

17) א. $d = 8$

ב. לא

ג. יורדת בתחום $x \neq \frac{2}{3}$

ד. $(0,8)$.

ה. להלן גרף:

18) א. 1. ב. 2.

ה. $k = \pm 2$ ו. $-2 < k < 2$

תרגול נוסף:

*הערה: לשאלות בחוץ תרגילים זה אין פתרון בסרטונים.

שאלות העוסקות בנגזרות יסודיות:

גזור את הפונקציות הבאות:

$y = x^3 - 4x^2 + 4x + 3$ (3)	$y = (x-1)^2$ (2)	$y = x^2$ (1)
$y = x^2(2x+1)^2$ (6)	$y = (x^2-1)(x^2+3)$ (5)	$y = 3x^3 - 3x$ (4)
$y = \frac{4x^2 - 2x + 6}{2}$ (9)	$y = \frac{5}{7}x^7 - \frac{4}{5}x^5 + \frac{1}{2}x$ (8)	$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$ (7)
$y = \frac{x(x+7)^2}{2}$ (12)	$y = x^4 + 1 + \frac{x^3 + 9x}{3}$ (11)	$y = \frac{x^3 - 3x^2 - 6x - 9}{5}$ (10)
$y = (4x-5)^4$ (15)	$y = (3x+2)^8$ (14)	$y = (x-1)^6$ (13)

שאלות שונות עם משיקים:

שאלות העוסקות במציאת שיפוע המשיק לגרף הפונקציה לפי הכלל: $f'(x_0) = m$.

16) חשב את שיפוע המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

א. $x=1, f(x) = 2x^2 - x$ ב. $x=7, f(x) = x^3 + 5x^2 - 5x$

ג. $x=-1, f(x) = x(4x-3)^3$ ד. $x=2, f(x) = \frac{x^5 - 15x^3 + 20x + 4}{5}$

ה. $x=0, f(x) = \frac{x^7}{7} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4}$ ו. $x=-1, f(x) = x(x-3)(x^2+1)$

17) לפניך מספר פונקציות. לכל פונקציה מצא את שיעורי הנקודות עבורם שיפוע המשיק הוא המצוין לידה.

א. $m=13, f(x) = 5x^2 + 3x$ ב. $m=0, f(x) = x(x-2)^2$

ג. $m=20, f(x) = 2x^3 + 14x$ ד. $m=6, f(x) = (x^2+6)(x-2)$

18 ענה על הסעיפים הבאים :

- א. מצא נקודה על גרף הפונקציה: $y = 3x^2 - x - 2$ אשר המשיק העובר דרכה מקביל לישר: $y = 5x + 2$.
- ב. מצא נקודה על גרף הפונקציה: $y = x^3 + 3x^2 + 2x$ אשר המשיק העובר דרכה מקביל לישר: $y + x = 3$.

19 נתונה הפונקציה הבאה: $y = 3x^2 - 12x$.

הראה כי שיפוע המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x הם מספרים נגדיים.

שאלות העוסקות במציאת משוואת משיק לפי הנוסחה: $y - y_1 = m(x - x_1)$,

כאשר: (x_1, y_1) - נקודת ההשקה ו- m שיפוע המשיק.

20 מצא את משוואת המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

- | | |
|--|--|
| א. $x = 3, y = x^2 - 4x - 5$ | ב. $x = -1, y = x^3 - 4x$ |
| ג. $x = 0, y = x(x + 5)^2$ | ד. $x = 1, y = 3x^4 + 4x^5 + 5x$ |
| ה. $x = -3, y = \frac{x^3 + 6x^2 - 9x}{3}$ | ו. $x = 1, y = \frac{4x^7}{7} - \frac{2x^{10}}{5}$ |
| ז. $x = 0, y = (3x^2 - 4)(6 - x)$ | ח. $x = 2, y = x(x - 1)(3x + 8)$ |

21 נתונה הפונקציה: $y = x^3 - 3x + 12$. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .

22 נתונה הפונקציה: $y = x^2 - 7x + 10$. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה העוברים דרך נקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x .

23 נתונה הפונקציה: $y = 2x^2 + 5x + 3$ ונתון הישר: $y = 4x + 4$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.
- ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שמצאת.

(24) נתונה הפונקציה: $y = 4x^3$ ונתון הישר: $y = 4x$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.
 ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שמצאת.

(25) נתונות הפונקציות: $f(x) = x^2 + 3x - 4$, $g(x) = 5x - x^2$.

- א. מצא את משוואות המשיקים לכל הפונקציה העוברים דרך הנקודה שבה $x = 1$.
 ב. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים שמצאת בסעיף הקודם.

(26) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 3$.

הישר $y = 3$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשלוש נקודות.

- א. מצא את נקודות החיתוך בין הפונקציה והישר.
 ב. מצא את משוואות המשיקים בנקודות החיתוך.

שאלות העוסקות במציאת משוואת המשיק כאשר נתון מידע הקשור לשיפוע:

(27) ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה: $f(x) = 4x^2 + x + 3$.

מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה ששיפועו: $m = 9$.

ב. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 + 2x^2$.

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה ששיפועם: $m = -1$.

ג. נתונה הפונקציה: $f(x) = x(x+4)^2$.

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה ששיפועם: $m = 0$.

(28) ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 + 12x + 4$.

מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה המקביל לישר: $y = 44x + 1$.

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x) = (x^2 - 1)(x + 1)$.

המקבילים לישר: $3y - 12x = 5$.

(29) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x) = x^3 - 1.5x^2 - 4x + 1$.

בעלי שיפוע 2.

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $y = -2x^3 - 3x^2 + 10x + 3$.

ששיפועם הוא: $m = -2$.

שאלות עם פרמטרים:

(30) נתונה הפונקציה: $y = ax^2 + 4x + 5$. ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 2$ הוא 8. מצא את a .

(31) נתונה הפונקציה: $y = x^2 + a$. ידוע כי לגרף הפונקציה יש משיק שמשוואתו: $y = 2x - 2$.
א. מצא את נקודת ההשקה.
ב. מצא את a .

(32) נתונה הפונקציה: $y = x^3 + 6x^2 + ax$. ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y הוא 5. מצא את a וכתוב את הפונקציה.

(33) נתונה הפונקציה: $y = \frac{x^2}{A} + 8x + 20$. ידוע כי משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך אחת מנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x היא: $y = 12x + 24$.
א. מצא את A .

ב. מצא את משוואת המשיק העובר דרך נקודת החיתוך השנייה של הפונקציה עם ציר ה- x .
ג. מצא את הזווית החדה שיוצר המשיק שמצאת בסעיף הקודם עם ציר ה- x .

(34) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = (x-1)(x^2 + a)$. ידוע כי: $f'(1) = 2$. מצא את a .

(35) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^4}{A} + 2x^3 + 4x^2 + 4$.
א. ידוע כי המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$ מקביל לציר ה- x . מצא את A .
ב. האם יש לגרף הפונקציה משיקים נוספים המקבילים לציר ה- x ? אם כן, מצא את המשוואות שלהם.

(36) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^5 + Bx^3 + 4x$. המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$ מקביל לישר: $y = 24x$.
א. מצא את B .
ב. כתוב את משוואת המשיק.
ג. האם יש משיק נוסף לגרף הפונקציה המקביל לישר $y = 24x$? במידה וכן מצא את משוואתו.

37 נתונה הפונקציה: $f(x) = Ax^2 + Bx + 5$. ידוע כי: $f(1) = 12$ וגם: $f'(1) = 8$. מצא את A ו-B.

38 נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x^3 + 4x^2 + Ax + C$. ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה-y בנקודה שבה: $y = 5$. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה דרך נקודה זו הוא 4. מצא את A ו-C.

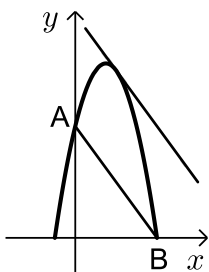
39 נתונה הפונקציה: $f(x) = Ax^3 + Bx^2 + 8$. משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך הנקודה שבה $x = -2$ היא: $y = 12x + 28$. מצא את A ו-B.

40 נתונה הפונקציה: $f(x) = Ax^4 + Bx^2 + 10$. שיפוע הפונקציה בנקודה $(1, 18)$ הוא 18. א. מצא את A ו-B. ב. הראה כי הפונקציה אינה חותכת את ציר ה-x.

41 נתונות הפונקציות: $f(x) = 3x^2 + Ax$ ו- $g(x) = x^2 + B$. ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה שבה: $x = 1$ ולשתיהן יש את אותו השיפוע בנקודה שבה $x = -0.25$. מצא את A ו-B.

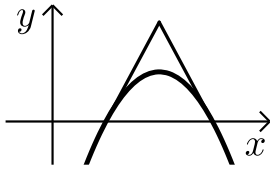
42 נתונות הפונקציות: $f(x) = Ax^2 + 10x$ ו- $g(x) = x^2 + Bx - 16$. ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה שבה: $x = -1$. כמו כן לשתי הפונקציות יש את אותו השיפוע בעבור $x = -8.5$. מצא את A ו-B.

שאלות מסכמות – שימוש הנגזרת:



43 באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + 6x + 16$. הנקודה A היא נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y והנקודה B היא נקודת החיתוך החיובית של הפונקציה עם ציר ה-x.

- א. מצא את משוואת המיתר העובר דרך הנקודות A ו-B.
- ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה המקביל לישר שמצאת בסעיף הקודם.
- ג. מצא את הזווית שיוצר המשיק שמצאת בסעיף הקודם עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.



44 נתונה הפרבולה: $f(x) = -x^2 + 8x - 12$.

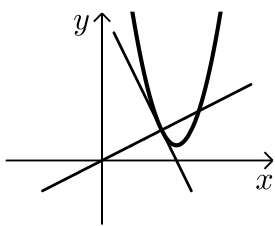
- מצא את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x .
- דרך נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה- x מעבירים משיקים.
מצא את משוואות המשיקים הללו.
- מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.
- חשב את שטח המשולש הנוצר בין שני המשיקים וציר ה- x .
- חשב את זוויות המשולש הנוצר בין המשיקים וציר ה- x , איזה משולש זה?

45 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 27x$.

- מצא את שיעורי הנקודות שהמשיק העובר דרכן מקביל לציר ה- x .
- כתוב את משוואות המשיקים העוברים דרך הנקודות שמצאת.
- חשב את שטח המלבן הנוצר בין שני המשיקים שמצאת והאנכים לציר ה- x היוצאים מנקודות ההשקה.

46 נתונות הפונקציות: $f(x) = 8 - x^2$ ו- $g(x) = Ax^2 + 15.5x - 1$.

- ידוע כי הגרפים של הפונקציות נחתכים בנקודה שבה: $x = 1$.
מצא את A .
- הראה כי המשיקים לכל פונקציה בנקודת החיתוך שבה $x = 1$ מאונכים זה לזה. (תזכורת: השיפועים m_1, m_2 של שני ישרים מאונכים מקיימים: $m_1 \cdot m_2 = -1$ - מכפלתם שווה ל-1).



47 באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = 2x^2 - 10x + 13$.

- מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך הנקודה שבה $x = 2$.
- מצא את משוואת הנורמל לפונקציה העובר דרך נקודת ההשקה של המשיק שמצאת.
- חשב את שטח המשולש הנוצר בין הנורמל, המשיק והצירים. (היעזר באיור).

48 נתונה הפונקציה: $f(x) = Ax^2 - 6x + 9$.

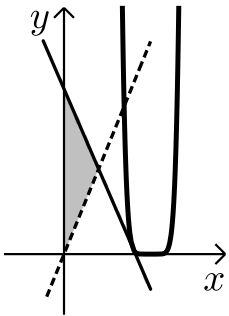
שיפוע הפונקציה בנקודה שבה $x = 3$ הוא אפס.

א. מצא את A.

ב. הראה כי הפונקציה משיקה לציר ה-x.

ג. מעבירים את הישר $y = 1$ החותך את הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות.

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם הישר.



49 נתונה הפונקציה: $f(x) = (2x - 5)^8$.

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה שבה $x = 2$.

ב. מצא את נקודת החיתוך של משיק זה עם הישר $y = 17x$.

ג. חשב את שטח המשולש שנוצר בין המשיק, הישר

וציר ה-y (ראה איור).

ד. חשב את זוויות המשולש הנ"ל (היעזר בשיפועי הישר והמשיק).

50 נתונה הפונקציה: $f(x) = a(x - b)^2$, $a, b \neq 0$.

ידוע כי ערך הנגזרת הוא אפס כאשר $x = 1$.

כמו כן הישר $y = 6x - 9$ משיק לפונקציה בנקודה שבה: $x = 2$.

א. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

ב. מצא את משוואת המשיק המשותף לגרף הפונקציה $f(x)$

ולגרף הפונקציה: $g(x) = 7.5(x - 1)^3 + \frac{16}{225}$.

שאלות העוסקות בחקירת חלקית של פונקציה פולינומית:

שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון לפי הכלל: $f'(x) = 0$,

סיווגן ומציאת תחומי עלייה וירידה:

51 מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות:

ב. $y = x^3 - 4x^2 - 3x + 8$

א. $y = x^2 - 6x + 8$

ד. $y = x^5 + 80x$

ג. $y = x(x + 3)^2$

ה. $y = \frac{x^5}{5} - \frac{26x^3}{3} + 25x$

52 לפניך מספר פונקציות. רשום בעבור כל פונקציה את תחומי העלייה והירידה שלה:

א. $y = x^2 - 7x + 10$	ב. $y = x^3 - 12x$
ג. $y = x^2(x - 1)$	ד. $y = 16 - x^2 + 2x^4$
ה. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$	ו. $y = \frac{x^3 + 6x^2 + 15x}{3}$
ז. $y = (2x - 5)^6$	ח. $y = (4 - x)^7$

53 נתונה הפונקציה הבאה: $y = x^4 - 3x^3 + 4x$.

- א. הראה כי הנקודה שבה: $x = 2$ היא נקודת קיצון.
- ב. כתוב את הנגזרת השנייה של הפונקציה.
- ג. קבע על פי הנגזרת השנייה את סוג הקיצון של נקודה זו.

54 נתונה הפונקציה: $y = x^3 + 6x^2$.

- א. הראה כי יש לפונקציה נקודת קיצון על ציר ה- x וקבע את סוגה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון הנוספות של הפונקציה וכתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ג. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

55 ענה על הסעיפים הבאים:

- א. מצא את הערך הגדול ביותר של הפונקציה: $y = 27 - x^2$.
- ב. מצא את הערך הקטן ביותר של הפונקציה: $y = x^4 - 8x^2 + 10$.

56 נתונה הפונקציה: $y = 4x^3 + x$.

- א. הראה כי אין לפונקציה נקודות קיצון.
- ב. הראה כי הפונקציה עולה תמיד.
- ג. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון מוחלטות כאשר נתונה פונקציה בקטע מסוים:

57 מצא את נקודות הקיצון המוחלטות בעבור כל פונקציה בתחום הנתון לידה:

א. $1 \leq x \leq 7, y = x^2 - 2x$	ב. $-4 \leq x \leq 4, y = 16 - x^2$
ג. $-2 \leq x \leq 4, y = x^3 - 3x^2 - 9x$	ד. $-1 \leq x \leq 5, y = -x^3 + 7.5x^2 - 12x$
ה. $-6 \leq x \leq 6, y = x^4 - 50x^2 + 3$	

58 נתונה הפונקציה: $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 6$ בתחום הסגור: $[0, 5]$.

- א. מצא את נקודות קיצון הקצה בתחום הסגור הנ"ל.
- ב. מצא את נקודות הקיצון המקומיות בתחום הנ"ל.
- ג. קבע אלו נקודות הן נקודות הקיצון המוחלטות.

59 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 36x$ בתחום: $[-8, 6]$.

- א. מצא את שיעורי נקודות קיצון הקצה בתחום הנתון.
- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון המקומיות.
- ג. מצא אלו נקודות הן נקודות הקיצון המוחלטות בתחום הנתון.

שאלות העוסקות בחקירה מלאה של פונקציה פולינומית:

60 חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:

- i. תחום הגדרה.
- ii. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- iii. קביעת סוג הקיצון ומציאת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- iv. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (במידה ויש).
- v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

א. $y = x^2 - 8x + 12$ ב. $y = x^3 - 12x$

ג. $y = x(x+8)^2$ ד. $y = x(x-12)(2x-9)$

ה. $y = x^4 - 4x$ ו. $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{4}$

ז. $y = (3x-1)^6$ ח. $y = (6-x)^8$

61 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x + 3$.

הישר $y = 5$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 2$.

- א. מצא את הפרמטר a .
- ב. מצא את הנקודות המקיימות $f'(x) = 0$.
- ג. האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

62 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + a$. ידוע כי הפונקציה עוברת בראשית הצירים.

- א. מצא את הפרמטר a .
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

63 נתונה הפונקציה: $y = (x-2)(x+1)^2$.

- א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ב. כתוב את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

64 נתונה הפונקציה: $y = (x-3)(2-x)^2$.

- א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

65 נתונה הפונקציה: $y = 2x^2(x+a)^2$, $a > -6$.

ידוע שלפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 4$.

- א. מצא את הפרמטר a וכתוב את הפונקציה.
- ב. האם יש לפונקציה עוד נקודות קיצון? אם כן, מצא אותן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא האם יש לפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה וכתוב את תחומי החיוביות והשליליות שלה.

66 לגרף הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x^2 + kx$ מעבירים משיק $y = 31x + 6$ החותך אותו

בנקודה שבה $x = 6$.

- א. מצא את k .
- ב. מצא את נקודת ההשקה של המשיק עם הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ד. האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון?
- ה. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

67 נתונה הפונקציה: $y = -3x^3 + 6x^2 - 4x + d$.

ידוע שהפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 2$.

- א. מצא את d .
- ב. האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

68 נתונה הפונקציה: $f(x) = 3(3x - 5)^4$.

- א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

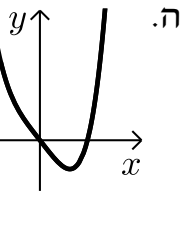
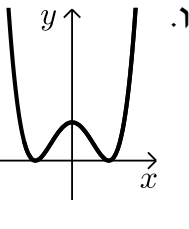
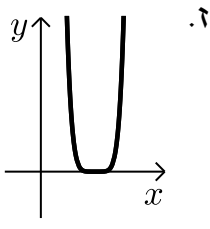
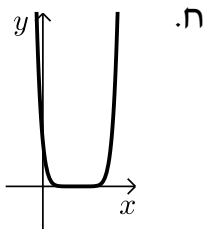
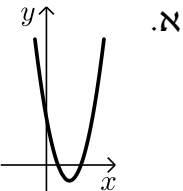
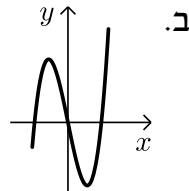
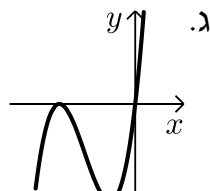
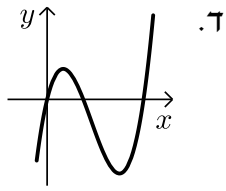
תשובות סופיות:

- | | | |
|--|--------------------------------------|--|
| $y' = 3x^2 - 8x + 4$ (3) | $y' = 2x - 2$ (2) | $y' = 2x$ (1) |
| $y' = 16x^3 + 12x^2 + 2x$ (6) | $y' = 4x^3 + 4x$ (5) | $y' = 9x^2 - 3$ (4) |
| $y' = 4x - 1$ (9) | $y' = 5x^6 - 4x^4 + \frac{1}{2}$ (8) | $y' = x + \frac{1}{3}$ (7) |
| $y' = \frac{3x^2 + 28x + 49}{2}$ (12) | $y' = 4x^3 + x^2 + 3$ (11) | $y' = \frac{3x^2 - 6x - 6}{5}$ (10) |
| $y' = 16(4x - 5)^3$ (15) | $y' = 24(3x + 2)^7$ (14) | $y' = 6(x - 1)^5$ (13) |
| -16 .ט | -931 .ג | 212 .ב
-18 .ג |
| | | 3 .א (16)
0 .ה |
| $(0, -12) \left(\frac{4}{3}, -5\frac{5}{27} \right)$.ט | $(1, 16)(-1, -16)$.ג | $(2, 0) \left(\frac{2}{3}, 1\frac{5}{27} \right)$.ב (1, 8) .א (17) |
| | | $(-1, 0)$.ב (1, 0) .א (18) |
| | | . $m = \pm 12$ (19) |
| $y = 37x - 25$.ט | $y = 25x$.ג | $y = -x + 2$.ב $y = 2x - 14$.א (20) |
| $y = 48x - 68$.ה | $y = 4x - 24$.ד | $y = \frac{6}{35}$.ג $y = -6x$.ה |
| | | . $y = -3x + 12$ (21) |
| | | . $y = -3x + 6, y = 3x - 15$ (22) |
| . $y = x + 1, y = 7x + 2.5$.ב | | $(-1, 0), (0.5, 6)$.א (23) |
| . $y = 0, y = 12x + 8, y = 12x - 8$.ב | | $(0, 0), (1, 4), (-1, -4)$.א (24) |
| . (3, 10) .ב | | $y = 5x - 5, y = 3x + 1$.א (25) |
| . $y = 3x + 3, y = -2x + 5, y = 6x - 15$.ב | | $(0, 3), (1, 3), (3, 3)$.א (26) |
| $y = -x, y = -x - \frac{4}{27}$.ב | | $y = 9x - 1$.א (27) |
| | | . $y = 0, y = -9\frac{13}{27}$.ג |
| . $y = 4x - 4, y = 4x + 5\frac{13}{27}$.ב | | $y = 44x - 44$.א (28) |
| . $y = -2x + 10, y = -2x - 17$.ב | | $y = 2x - 9, y = 2x + 4.5$.א (29) |
| | | . $a = 1$ (30) |
| . -1 .ב | | $(1, 0)$.א (31) |
| | | . $a = 5, y = x^3 + 6x^2 + 5x$ (32) |
| . 85.24° .ג | $y = -12x + 120$.ב | -1 .א (33) |

34. $a=1$.
35. $A=4$.א
36. $B=5$.א
37. $A=1, B=6$.
38. $A=4, C=5$.
39. $A=2, B=3$.
40. $A=1, B=7$.א
41. $A=1, B=3$.
42. $A=2, B=-7$.
43. $y=-2x+16$.א
44. $(2,0), (6,0)$.א
ג. $(4,8)$
- ה. $75.96^\circ, 75.96^\circ, 28.08^\circ$
45. $(3,-54), (-3,54)$.א
46. $A=-7.5$.א
47. $y=-2x+5$.א
48. $A=1$.א
49. $y=-16x+33$.א
50. $a=3, b=1$.א
51. $(3,-1)$.א
ב. $(-\frac{1}{3}, 8\frac{14}{27}), (3,-10)$.ג
ג. $(-3,0), (-1,-4)$.
- ד. אין קיצון.
ה. $(5, -333\frac{1}{3}), (-5, 333\frac{1}{3}), (1, 16\frac{8}{15}), (-1, -16\frac{8}{15})$.
52. א. עולה: $x > 3.5$ יורד: $x < 3.5$
ב. עולה: $x < -2, x > 2$ יורד: $-2 < x < 2$
ג. עולה: $x < 0, x > \frac{2}{3}$ יורד: $0 < x < \frac{2}{3}$
ד. עולה: $x > 0.5, -0.5 < x < 0$ יורד: $0 < x < 0.5, x < -0.5$
ה. עולה: $x > 2, x < -1$ יורד: $-1 < x < 2$
ו. עולה לכל x
ז. עולה: $x > 2.5$ יורד: $x < 2.5$
ח. יורד לכל x
53. ב. $f''(x) = 12x^2 - 18x$.ג מינימום.
54. א. $\min(0,0)$.ב. $\max(-4,32)$ עולה: $x > 0, x < -4$ יורד: $-4 < x < 0$
ג. חיובית: $x > 0, -6 < x < 0$, שלילית: $x < -6$.
55. א. 27 .ב. -6 .
- ג. $y = 4$: כן .ב
- ג. $y = 24x + 14$: כן .ג
- ב. $y = 24x - 14$.ב
- ב. $y = -2x + 32$.ג 116.57° .
- ב. $y = -4x + 24, y = 4x - 8$.
- ד. 16 .
- ב. $y = \pm 54$.ג 648 .
- ב. $y = 0.5x$.ג 1.25 .
- ג. $y = -2x + 5, y = 2x - 7$.
- ג. 16.5 .ב. $(1,17)$.ג. $3.58^\circ, 3.37^\circ, 173.06^\circ$.ד
- ב. $y = \frac{8}{5}x - \frac{136}{75} = 1.6x - 1.813$.

- 56 ג. חיובית: $x > 0$, שלילית: $x < 0$.
- 57 א. $\min(1, -1)$ מוחלט. $\max(7, 35)$ מוחלט.
- ב. $\min(\pm 4, 0)$ מוחלט. $\max(0, 16)$ מוחלט.
- ג. $\min(3, -27)$ מוחלט. $\max(-1, 5)$ מוחלט.
- ד. $\min(1, -5.5)$ מוחלט. $\max(-1, 20.5)$ מוחלט.
- ה. $\min(\pm 5, -622)$ מוחלט. $\max(0, 3)$ מוחלט.
- 58 א. $\max(0, -6)$, $\min(5, -26)$ ב. $\max(3, -6)$, $\min(1, -10)$
- ג. $\min(5, -26)$ מוחלט, $\max(0, -6)$, $\max(3, -6)$ מוחלטים.
- 59 א. $\max(6, 0)$, $\min(-8, -224)$ ב. $\max(3.464, -83.13)$, $\min(-3.464, 83.13)$
- ג. $\min(-8, -224)$, $\max(-3.464, 83.13)$.
- 60 תשובות עבור סעיפים i-iv:**
- א. i. כל x ii. $\min(4, -4)$ iii. עולה: $x > 4$, יורד: $x < 4$.
- iv. $(0, 12)$, $(6, 0)$, $(2, 0)$
- ב. i. כל x ii. $\max(-2, 16)$, $\min(2, -16)$
- iii. עולה: $x < -2$, $x > 2$ יורד: $-2 < x < 2$ iv. $(0, 0)$, $(\pm 3.464, 0)$
- ג. i. כל x ii. $\max(-8, 0)$, $\min\left(-2\frac{2}{3}, -75\frac{23}{27}\right)$
- iii. עולה: $x > -2\frac{2}{3}$, $x < -8$, יורד: $-8 < x < -2\frac{2}{3}$ iv. $(0, 0)$, $(-8, 0)$
- ד. i. כל x ii. $\max(2, 100)$, $\min(9, -243)$
- iii. עולה: $x < 2$, $x > 9$ יורד: $2 < x < 9$ iv. $(0, 0)$, $(12, 0)$, $(4.5, 0)$
- ה. i. כל x ii. $\min(1, -3)$ iii. עולה: $x > 1$ יורד: $x < 1$
- iv. $(0, 0)$, $(1.587, 0)$
- ו. i. כל x ii. $\min(\pm 1, 0)$, $\max(0, 0.25)$
- iii. עולה: $-1 < x < 0$, $x > 1$ יורד: $0 < x < 1$, $x < -1$ iv. $\min(\pm 1, 0)$, $\max(0, 0.25)$
- ז. i. כל x ii. $\min\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ iii. עולה: $x > \frac{1}{3}$ יורד: $x < \frac{1}{3}$
- iv. $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$, $(0, 1)$
- ח. i. כל x ii. $\min(6, 0)$ iii. עולה: $x > 6$ יורד: $x < 6$ iv. $(6, 0)$, $(0, 6)$

סקיצות עבור שאלה 60:



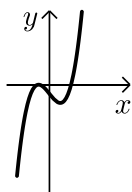
61 א. $a = -3$ ב. $(1, 4)$ ג. לא.

ד. עולה בכל תחום הגדרתה חוץ מ- $x = 1$.

62 א. $a = 0$ ב. $\min(-2, -4)$, $\max\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{256}\right)$, $\min(0, 0)$.

ג. עולה: $x > 0$, $-2 < x < -\frac{1}{4}$, יורדת: $x < -2$, $-\frac{1}{4} < x < 0$.

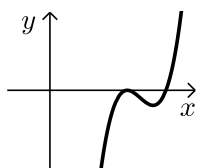
63 א. $\max(-1, 0)$, $\min(1, -4)$ ב. עולה: $x < -1$, $x > 1$, יורדת: $-1 < x < 1$.



ג. $(-1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, -2)$ ד. להלן גרף:

ה. חיובית: $x > 2$, שלילית: $-1 < x < 2$, $x < -1$.

64 א. $\max(2, 0)$, $\min\left(2\frac{2}{3}, -\frac{4}{27}\right)$ ב. עולה: $x > 2\frac{2}{3}$, $x < 2$, יורדת: $2 < x < 2\frac{2}{3}$.

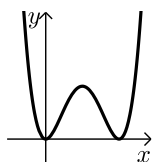


ג. $(3, 0)$, $(2, 0)$, $(0, -12)$ ד. להלן גרף:

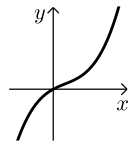
65 א. $y = 2x^2(x - 4)^2$, $a = -4$ ב. $(0, 0)$, $(2, 32)$, $(4, 0)$.

ג. עולה: $x > 4$, $0 < x < 2$, יורדת: $2 < x < 4$, $x < 0$.

ד. $(4, 0)$, $(0, 0)$ ה. חיובית: $x \neq 0, 4$. להלן גרף:

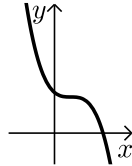


66 א. $k = 20$ ב. $(-1, -25)$ ג. $(0, 0)$ ד. לא.
ה. עולה בכל תחום הגדרתה.



ו. להלן גרף:

67 א. $d = 8$ ב. לא. ג. יורדת בכל תחום הגדרתה.
ד. $(0, 8)$ ה. להלן גרף:



68 א. $\min\left(1\frac{2}{3}, 0\right)$ ב. עולה בתחום: $x > 1\frac{2}{3}$. יורדת בתחום: $x < 1\frac{2}{3}$.



ד. להלן גרף:

ג. $(0, 1875)$, $\left(1\frac{2}{3}, 0\right)$.

פונקציה זוגית ואי-זוגית:

הגדרות:

- פונקציה $f(x)$ תיקרא זוגית אם לכל x בתחום הגדרתה מתקיים: $f(x) = f(-x)$.
- פונקציה $f(x)$ תיקרא אי-זוגית אם לכל x בתחום הגדרתה מתקיים: $f(-x) = -f(x)$.

שאלות:

1) קבע אלו מהפונקציות הבאות הן זוגיות/אי-זוגיות לא זו ולא זו:

א. $f(x) = 3x - 5$

ב. $f(x) = 3x^2$

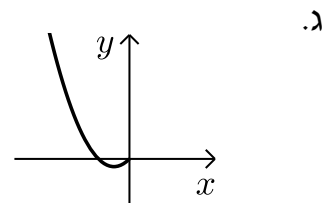
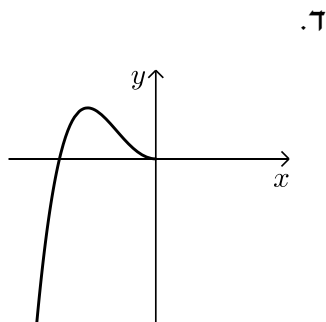
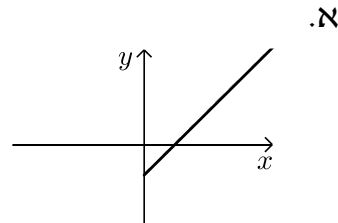
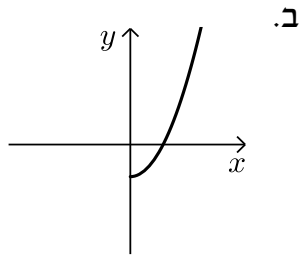
ג. $f(x) = 2x^3$

ד. $f(x) = x^3 - 2x^2$

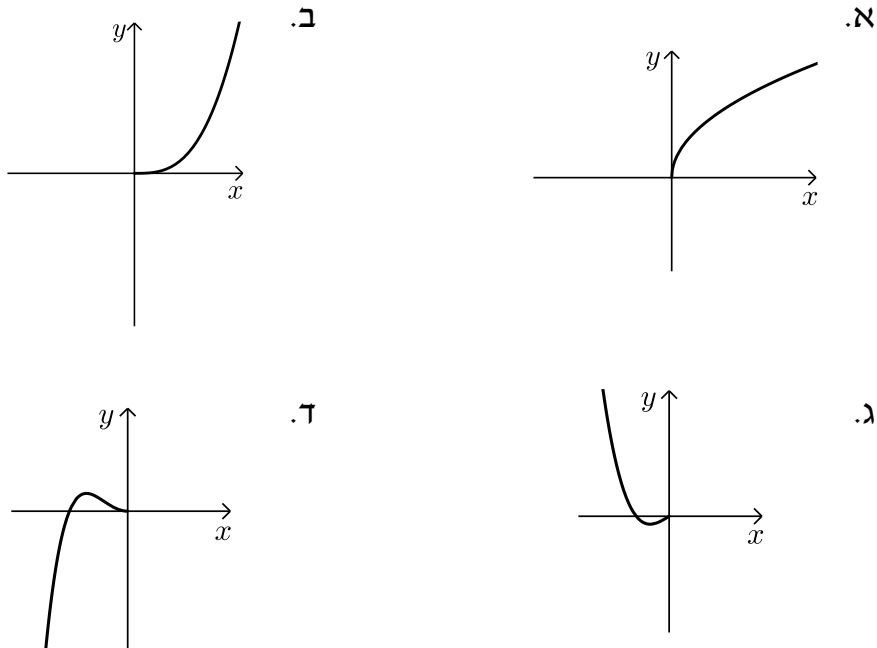
ה. $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 1$

ו. $f(x) = 4x^5 - 3x^3 - 1$

2) הפונקציות המסורטטות להלן מוגדרות לכל x . השלם את ציור הגרף של הפונקציה כך שתקבל פונקציה זוגית:



3 הפונקציות המסורטטות להלן מוגדרות לכל x . השלם את ציור הגרף של הפונקציה כך שתקבל פונקציה אי-זוגית:



- 4 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = x^4 - 4x^2$ בתחום: $[0:3]$.
- א. חקור את הפונקציה בתחום הנ"ל לפי הסעיפים הבאים:
- תחום הגדרה.
 - מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
 - מציאת נקודות קיצון וסיווגן.
 - כתיבת תחומי עלייה וירידה.
 - סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית.
- ג. התבסס על ממציאך מהסעיפים הקודמים וסרטט את הפונקציה בתחום: $[-3:3]$ (הוסף את סרטוט גרף הפונקציה בתחום $[-3:0]$ לגרף שסרטטת בסעיף הקודם).

5) נתונה הפונקציה הבאה : $f(x) = x^6 - 3x^2 + 3$.

- א. חקור את הפונקציה בתחום : $[0:4]$ לפי הסעיפים הבאים :
תחום הגדרה, מציאת חיתוך עם ציר ה- y , מציאת נקודות קיצון וסיווגן, כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה בתחום הנ"ל.
- ב. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? לא זו ולא זו?
נמק באמצעות חישוב מתאים.
- ג. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה שרטוט בסעיף א', את עקום הפונקציה בתחום $[-4:0]$.
- ד. הוכח כי הפונקציה חיובית לכל x בתחום הגדרתה.

6) לפניך הפונקציה : $f(x) = -2x^6 + 3x^4 + a$, פרמטר a .

ידוע כי לפונקציה ערך מירבי של 1.

- א. מצא את a וכתוב את הפונקציה $f(x)$.
- ב. חקור את הפונקציה בתחום : $[-2:0]$ לפי הסעיפים הבאים :
כתיבת תחום הגדרה, מציאת נקודות חיתוך עם הצירים, מציאת נקודות קיצון וסיווגן, כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה.
- ג. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? לא זה ולא זה?
נמק באמצעות חישוב מתאים.
- ד. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים ושרטט את גרף הפונקציה בתחום : $[-2:2]$.

7) נתונה הפונקציה הבאה : $f(x) = 3x^3 - 9x$.

- א. חקור את הפונקציה בתחום : $[0:5]$ לפי הסעיפים הבאים :
כתיבת תחום הגדרה, מציאת נקודות חיתוך עם הצירים, מציאת נקודות קיצון וסיווגן, כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה.
- ב. הוכח כי הפונקציה היא אי-זוגית.
- ג. התבסס על ממציאך מהסעיפים הקודמים ושרטט את הפונקציה בתחום : $[-5:5]$ (הוסף את סרטוט גרף הפונקציה בתחום $[-5:0]$ לגרף ששרטטת בסעיף הקודם).

- 8** לפניך הפונקציה הבאה: $f(x) = 5x^3 - 3x^5 + b$, פרמטר b . ידוע כי הישר $y = 2x$ עובר דרך כל הנקודות על גרף הפונקציה שמקיימות: $f'(x) = 0$.
- א. מצא את b וכתוב את הפונקציה $f(x)$.
 - ב. חקור את הפונקציה בתחום: $[0:2]$ לפי הסעיפים הבאים:
 - i. תחום הגדרה.
 - ii. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
 - iii. מציאת נקודות קיצון וסיווגן.
 - iv. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
 - v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - ג. בדוק האם הפונקציה היא זוגית/אי-זוגית או לא זו ולא זו. נמק את קביעתך באמצעות חישוב מתאים.
 - ד. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה של גרף הפונקציה את הגרף בתחום $[-2:0]$.

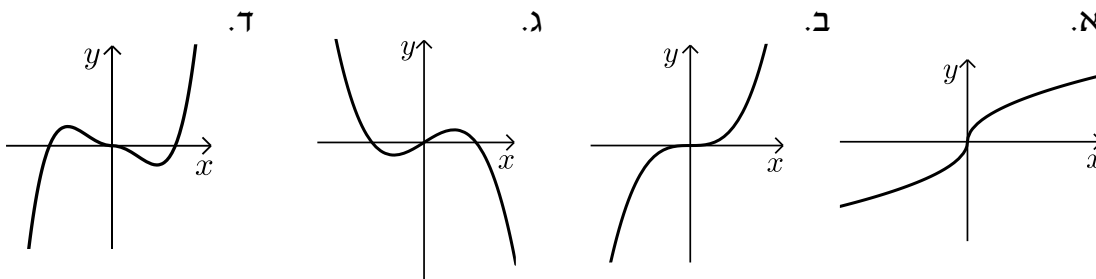
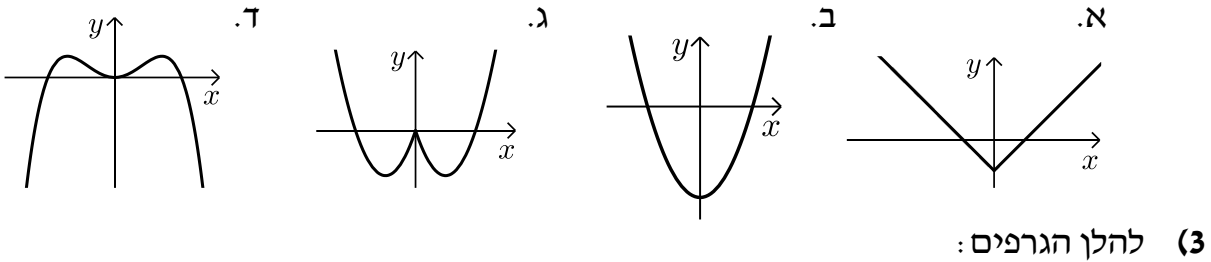
9 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^7 - x}{3}$

- א. חקור את הפונקציה בתחום: $[-4:0]$ לפי הסעיפים הבאים:
 - i. תחום הגדרה.
 - ii. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
 - iii. מציאת נקודות קיצון וסיווגן (בתשובתך השאר עד 2 ספרות לאחר הנקודה העשרונית).
 - iv. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
 - v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? או לא זו ולא זו? נמק ע"י חישוב מתאים.
- ג. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה שעשית את גרף הפונקציה בתחום $[0:4]$.

תשובות סופיות:

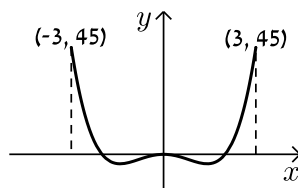
הערה: בסוף התשובות מופיעים כל הסרטוטים לשאלות החקירה במרכז.

- (1) זוגית: ב', ה'.
 אי-זוגית: ג',
 לא זו ולא זו: א', ד', ו'.
 (2) להלן הגרפים:

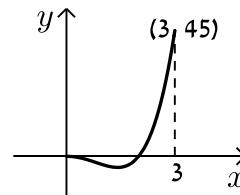


- (4) א. i. $0 \leq x \leq 3$ ii. $(-2, 0), (0, 0), (2, 0)$ iii. $\max(3, 45)$ קצה, $\min(\sqrt{2}, -4)$
 iv. עולה: $\sqrt{2} < x < 3$, יורדת: $0 < x < \sqrt{2}$. ב. סעיף הוכחה.

סרטוט עבור סעיף ג:

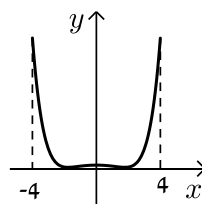


סרטוט עבור חלק v:



- (5) א. תחום הגדרה: $0 \leq x \leq 4$, חיתוך עם ציר ה- y : $(0, 3)$,
 נקודות קיצון: $\max(4, 4051)$ קצה, $\min(1, 1)$, $\max(0, 3)$ קצה,
 עולה: $1 < x < 4$, יורדת: $0 < x < 1$, ב. זוגית.
 ד. הוכחה עפ"י הסרטוט.

סרטוט עבור סעיף ג:



סרטוט עבור סעיף א:

